



INSTITUTO FEDERAL GOIANO
CAMPUS TRINDADE
NOME DO CURSO

SEBASTIÃO JUNIOR LUZ SOUSA

**OTIMIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DE POSTOS DE RESFRIAMENTO DE LEITE POR MEIO DE
HEURÍSTICA BASEADA EM MCKP E VALIDAÇÃO MILP**

Trindade
2025

SEBASTIÃO JUNIOR LUZ SOUSA

**OTIMIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DE POSTOS DE RESFRIAMENTO DE LEITE POR MEIO DE
HEURÍSTICA BASEADA EM MCKP E VALIDAÇÃO MILP**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao curso de Engenharia de Computação do
Instituto Federal Goiano, Campus Trindade,
como parte da exigência para obtenção do título
de bacharel em Engenharia de Computação.

Orientador(a): Dr. Renato de Sousa Gomide
Coorientador(a): Esp. Renato Milhomem de
Oliveira Filho.

Trindade
2025

**Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema Integrado de Bibliotecas do IF Goiano - SIBi**

Sousa, Sebastião Junior Luz
S725o Otimização da alocação de postos de resfriamento de leite por
meio de heurística baseada em MCKP e validação MILP /
Sebastião Junior Luz Sousa. Trindade 2026.
25f. il.
Orientador: Prof. Dr. Renato de Sousa Gomide.
Coorientador: Prof. Esp. Renato Milhomem de Oliveira Filho.
Tcc (Bacharel) - Instituto Federal Goiano, curso de 0820303 -
Bacharelado em Engenharia de Computação - Trindade (Campus
Trindade).
1. Logística do leite. 2. Planejamento logístico; 3. Métodos
computacionais. 4. Pesquisa operacional. 5. Postos de
resfriamento. I. Título.



TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR PRODUÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS NO REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DO IF GOIANO

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano a disponibilizar gratuitamente o documento em formato digital no Repositório Institucional do IF Goiano (RIIF Goiano), sem resarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IF Goiano.

IDENTIFICAÇÃO DA PRODUÇÃO TÉCNICO-CIENTÍFICA: TCC

Autores:

Nome	Matrícula
Sebastião Junior Luz Sousa	2021108203030089

Documento confidencial: Não

O documento está sujeito a registro de patente? Não

O documento pode vir a ser publicado como livro? Sim

O(a) referido(a) autor(a) declara:

- Que o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- Que obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autoria, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- Que cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano.

Trindade, 16 de dezembro de 2025.

Documento assinado eletronicamente por:

- Renato de Sousa Gomide, PROFESSOR ENS BÁSICO TECN TECNOLÓGICO, em 16/12/2025 13:07:11.
- Sebastião Júnior Luz Sousa, 2021108203030089 - Discente, em 16/12/2025 16:32:53.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 16/12/2025. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifgoiano.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 775271
Código de Autenticação: af9b81fdf8





Ata nº 51/2025 - CE-TRI/GE-TRI/CMPTRI/IFGOIANO

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CURSO

Aos 11 dias do mês de dezembro de 2025, às 18 horas e 00 minutos, reuniu-se a banca examinadora composta pelos docentes: **Renato de Sousa Gomide** (orientador), **Priscilla Araújo Juá Stecanella** (membro) e **Rodrigo de Sousa Gomide** (membro), para examinar o Trabalho de Curso intitulado **"OTIMIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DE POSTOS DE RESFRIAMENTO DE LEITE POR MEIO DE HEURÍSTICA BASEADA EM MCKP E VALIDAÇÃO MILP"** do estudante **Sebastião Junior Luz Sousa** Matrícula nº **2021108203030089** do Curso de Bacharelado em Engenharia de Computação do IF Goiano – Campus Trindade. A palavra foi concedida ao estudante para a apresentação oral do TC, houve arguição do candidato pelos membros da banca examinadora. Após tal etapa, a banca examinadora decidiu pela **APROVAÇÃO** do estudante. Ao final da sessão pública de defesa foi lavrada a presente ata que segue assinada pelos membros da Banca Examinadora.

(Assinado Eletronicamente)

Renato de Sousa Gomide

Orientador

(Assinado Eletronicamente)

Priscilla Araújo Juá Stecanella

Membro

(Assinado Eletronicamente)

Rodrigo de Sousa Gomide

Membro

OTIMIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DE POSTOS DE RESFRIAMENTO DE LEITE POR MEIO DE HEURÍSTICA BASEADA EM MCKP E VALIDAÇÃO MILP

Sebastião Junior Luz Sousa¹

Renato de Sousa Gomide²

Renato Milhomem de Oliveira Filho³

RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia para a otimização da alocação de postos de resfriamento de leite no estado de Goiás, considerando aspectos logísticos, operacionais e geográficos. A dispersão produtiva, associada à localização inadequada de postos e à extensão das rotas de coleta, eleva os custos logísticos, reduz a eficiência operacional e pode comprometer a qualidade do produto. Diante desse cenário, torna-se essencial o uso de modelos matemáticos capazes de apoiar decisões estratégicas relacionadas à instalação e dimensionamento dessas estruturas. O objetivo deste estudo é desenvolver um modelo computacional, implementado em Python, capaz de definir a localização ótima de postos de resfriamento, minimizando o custo logístico total, considerando custos de transporte, capacidades instaladas e custos fixos de implantação. Para isso, utiliza-se uma abordagem híbrida baseada no método computacional heurístico *Multiple-Choice Knapsack Problem* (MCKP), validada por um modelo de *Mixed-Integer Linear Programming* (MILP). A metodologia incorpora técnicas de roteirização por meio dos métodos Clarke–Wright e 2-opt, além do uso de distâncias reais obtidas por meio do *Open Source Routing Machine* (OSRM). Os resultados demonstram que o modelo heurístico apresentou desempenho próximo ao ótimo, com diferença inferior a 2% em relação ao MILP, porém com tempo computacional significativamente menor. Além disso, o método mostrou-se escalável, mantendo eficiência mesmo em cenários com elevado número de produtores. Dessa forma, a abordagem proposta configura-se como uma ferramenta eficaz para apoiar decisões estratégicas, otimizar custos logísticos e contribuir para o planejamento da cadeia produtiva do leite.

Palavras-chave: logística do leite; planejamento logístico; métodos computacionais; pesquisa operacional; postos de resfriamento.

¹. Graduando em Engenharia Elétrica no Instituto Federal Goiano, Campus Trindade. E-mail: sebastiao.junior@estudante.ifgoiano.edu.br.

² Dr. Renato de Sousa Gomide, Professor no Instituto Federal Goiano, Campus Trindade. Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU). E-mail: renato.gomide@ifgoiano.edu.br.

³ Esp. Renato Milhomem de Oliveira Filho, Técnico de Laboratório Área Eletrotécnica no Instituto Federal Goiano, Campus Trindade. Especialização em Matemática pelo Instituto Federal de Goiás (IFG). E-mail: renato.filho@ifgoiano.edu.br.

1 INTRODUÇÃO

Segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2024), o estado de Goiás apresenta o quinto maior volume de produção de leite do país, caracterizado por forte dispersão territorial e predominância de propriedades familiares. Essa configuração espacial evidencia elevada heterogeneidade regional, o que reforça a necessidade de redes logísticas estruturadas para a coleta e o transporte do produto (IBGE, 2024). A captação diária torna-se indispensável em razão da natureza perecível do leite, exigindo rotas eficientes e infraestrutura adequada. Nesse contexto, o Relatório da Embrapa Gado de Leite destaca que a logística representa um dos componentes mais onerosos da cadeia produtiva, especialmente em regiões com grande distância média entre produtores (EMBRAPA, 2024, p. 17).

A atualização regulatória promovida pelas Instruções Normativas n.º 76 e 77, ambas de 2018, elevou significativamente o rigor dos parâmetros microbiológicos e físico-químicos do leite cru refrigerado (BRASIL, 2018a; 2018b). Por conta disto, o leite deve ser mantido sob refrigeração contínua desde a ordenha até o recebimento industrial, de modo a preservar sua qualidade e segurança alimentar. Dessa forma, falhas no controle térmico, atrasos no transporte ou a ausência de infraestrutura adequada podem comprometer a qualidade do produto e gerar perdas econômicas relevantes. Nesse cenário, os postos de resfriamento assumem papel estratégico como pontos intermediários de consolidação de volume e estabilidade térmica ao longo da cadeia produtiva.

A localização inadequada dos postos de resfriamento tende a ampliar as distâncias percorridas, elevar os custos de transporte e reduzir a eficiência operacional do sistema. Além disso, a dispersão produtiva do estado de Goiás exige análises técnicas capazes de orientar decisões locacionais fundamentadas, evitando a expansão desordenada da infraestrutura logística e contribuindo para maior eficiência e competitividade do setor.

Nesse contexto, a aplicação de métodos de Pesquisa Operacional tem se mostrado fundamental para lidar com problemas que envolvem múltiplos objetivos, restrições operacionais e dependências espaciais. Conforme destacado por Farahani, Rezapour e Drezner (2011), a integração entre modelos de localização e roteirização permite representar cenários logísticos complexos e apoiar decisões estratégicas com maior precisão.

Neste estudo, propõe-se uma abordagem híbrida que combina uma heurística inspirada no *Multiple-Choice Knapsack Problem* (MCKP) com um modelo exato de *Mixed-Integer Linear Programming* (MILP). A heurística implementada busca minimizar o custo logístico

diário por meio da seleção ótima de postos de resfriamento e de suas respectivas capacidades, enquanto o MILP tem como finalidade validar os resultados obtidos no processo de otimização. Segundo Bertsimas e Tsitsiklis (1997), abordagens híbridas que combinam métodos exatos e heurísticos tendem a superar as limitações de algoritmos estritamente exatos, oferecendo soluções de alta qualidade com esforço computacional significativamente menor.

Esse tipo de metodologia envolve o uso de técnicas modernas de roteirização e agrupamento espacial. Clarke e Wright (1964, p. 569) demonstraram que o método das economias reduz significativamente a distância total percorrida em redes de coleta dispersas, contribuindo para maior eficiência operacional. De forma complementar, MacQueen (1967) destacou que o agrupamento por meio do algoritmo *k-means* permite representar conjuntos extensos de pontos geográficos por centros de massa, preservando padrões espaciais relevantes. Associada a essas técnicas, a ferramenta *Open Source Routing Machine* (OSRM) destaca-se pela precisão no cálculo de distâncias viárias, sendo amplamente empregada em modelos logísticos. Conforme Luxen e Vetter (2011), o OSRM possibilita estimativas mais realistas ao considerar a malha rodoviária real, reduzindo erros associados a aproximações geométricas simplificadas. O uso integrado dessas abordagens, aliado a mecanismos de armazenamento em cache e a estratégias de contingência baseadas na fórmula de Haversine, assegura maior robustez e confiabilidade no cálculo das matrizes de distância utilizadas no modelo.

Dessa forma, este trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo computacional, implementado em Python, capaz de definir a localização ideal de postos de resfriamento, minimizando o custo logístico total por meio da consideração conjunta das rotas de transporte e dos custos fixos de instalação. Adicionalmente, o modelo será aplicado a um cenário real, no qual se busca identificar o arranjo de postos capaz de atender a um incremento de demanda de aproximadamente 500.000 litros para uma unidade industrial localizada em Abadia de Goiás, considerando os custos de transporte primário (T1), secundário (T2) e os custos fixos de implantação.

2 DESAFIOS LOGÍSTICOS E ESTRUTURAIS DA CADEIA PRODUTIVA DO LEITE EM GOIÁS

A cadeia produtiva do leite no Brasil caracteriza-se pela forte heterogeneidade territorial, predominância de pequenas propriedades e elevada dispersão geográfica dos produtores. De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2024), a distribuição espacial da produção apresenta distâncias significativas entre as unidades produtivas, especialmente no estado de Goiás, o que torna a logística de captação um fator

crítico para a competitividade industrial. A perecibilidade do leite exige coleta diária e transporte em condições controladas, elevando a importância do resfriamento intermediário e da eficiência das rotas.

A literatura destaca que a logística representa parcela expressiva dos custos do setor. De acordo com o Relatório da Embrapa Gado de Leite (2024, p. 17), “a captação permanece como um dos componentes mais onerosos da operação industrial, sobretudo em regiões com grande extensão territorial”. Em Goiás, a predominância de estradas vicinais e a distância média entre propriedades amplificam esse desafio.

O arcabouço regulatório nacional estabelece diretrizes rigorosas para garantir a qualidade do leite cru refrigerado ao longo da cadeia produtiva. As Instruções Normativas n.º 76 e 77, ambas de 2018, definem critérios técnicos relacionados às condições de conservação, transporte e controle sanitário do produto (BRASIL, 2018a; 2018b). Essas normativas determinam que o leite seja mantido sob refrigeração contínua desde a ordenha até o processamento industrial, bem como que o transporte ocorra de forma planejada, evitando variações térmicas e atrasos que possam comprometer sua qualidade. Nesse contexto, falhas operacionais ou inadequações logísticas impactam diretamente a conformidade regulatória, reforçando a necessidade de estruturas eficientes de coleta, armazenamento intermediário e transporte.

Os postos de resfriamento surgem como elementos essenciais para manter a qualidade e reduzir custos operacionais. Publicações da Embrapa Gado de Leite (2024) destacam que a consolidação de volumes em estruturas intermediárias tende a reduzir o custo logístico médio por litro, ao diluir despesas fixas de transporte e otimizar a ocupação dos veículos. Estudos sobre transporte na cadeia do leite mostram que a rede de captação tende a ser mais eficiente quando os pontos intermediários acompanham a densidade produtiva e a malha viária regional (CAMILLO, 2015).

Dessa forma, a logística da coleta de leite em Goiás exige soluções que integrem localização de postos, definição de capacidades, alocação de produtores, cálculo realista de distâncias e roteirização de veículos.

3 MODELOS DE LOCALIZAÇÃO E ROTEIRIZAÇÃO

A literatura de Pesquisa Operacional oferece conjuntos de modelos para auxiliar decisões de localização de instalações. Modelos como *p-median*, *location-allocation* e *capacitated facility location* constituem a base teórica para a definição de pontos ideais de consolidação de fluxos. Como destacam Melo, Nickel e Saldanha-da-Gama (2009), decisões de

localização são, em última instância, decisões econômicas, pois delimitam a estrutura de custos logísticos de longo prazo. Em cadeias perecíveis como a do leite, tal relação é ainda mais evidente.

A presença de múltiplas alternativas de capacidade por posto de resfriamento aproxima o problema das formulações tratadas pelo MCKP. Zhong e Young (2010, p. 332) explicam que “o MCKP permite selecionar uma única alternativa em cada grupo, equilibrando ganhos e custos sob restrições rígidas”. Essa abordagem representa adequadamente o contexto dos postos de resfriamento, nos quais diferentes capacidades apresentam diferentes custos fixos.

Quando se busca uma solução de referência com precisão máxima, recorre-se à MILP. Este método é amplamente reconhecido como referência para validação de soluções em problemas de localização, tanto pela precisão quanto pela fundamentação teórica, conforme apresentado por Bertsimas e Tsitsiklis (1997). No entanto, a literatura é praticamente unânime ao reconhecer que modelos MILP não escalam bem quando aplicados a casos reais de grande porte. Conforme demonstrado por Melo, Nickel e Saldanha-da-Gama (2009), modelos exatos de localização apresentam crescimento combinatório significativo, tornando-se inviáveis conforme aumentam o número de instalações, capacidades e combinações possíveis.

Em contraste, heurísticas estruturadas, como MCKP para seleção e Clarke–Wright para roteirização, podem oferecer soluções suficientemente próximas das ótimas com tempo de execução muito reduzido. Estudos clássicos como o de Johnson e McGeoch (1997) mostram que heurísticas bem projetadas podem produzir soluções muito próximas ao ótimo em problemas de grande escala, com custos computacionais bem menores do que a resolução exata. Isso torna o MCKP particularmente adequado para cenários logísticos da cadeia do leite, nos quais decisões precisam ser obtidas rapidamente e ajustadas com frequência.

Além da seleção das instalações, a roteirização dos veículos responsáveis pela coleta demanda o uso de modelos derivados do *Vehicle Routing Problem* (VRP). Clarke e Wright (1964, p. 569) demonstraram que “o método das economias reduz de modo significativo a distância total percorrida”, sendo especialmente útil em redes de coleta extensas e dispersas. A integração dessas abordagens reforça a robustez das soluções heurísticas para VRP Capacitado (CVRP).

A utilização de distâncias reais, por sua vez, depende de ferramentas modernas de cálculo de rotas. Trabalhos sobre o OSRM indicam que o uso de um motor de roteamento baseado em malha viária real permite estimar melhor as distâncias e tempos de viagem do que métricas puramente geodésicas (LUXEN; VETTER, 2011). Assim, integrar heurísticas de seleção (MCKP), roteirização (Clarke–Wright + 2-opt) e cálculo de distâncias realistas

(OSRM) resulta em sistemas eficientes e aplicáveis a redes complexas como a captação de leite em Goiás.

Em síntese, a literatura fundamenta a necessidade de metodologias híbridas: MILP como referência e MCKP como solução operacional. O primeiro garante rigor matemático, enquanto o segundo permite escalabilidade e rapidez. Esta complementaridade sustenta a abordagem adotada neste estudo.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

4.1 Multiple-Choice Knapsack Problem

O MCKP é uma variante do problema da mochila na qual cada grupo contém várias alternativas e exatamente uma delas deve ser escolhida. Zhong e Young (2010, p. 332) destacaram que “o MCKP se distingue por impor a seleção obrigatória de uma única alternativa dentro de cada grupo, equilibrando custos e benefícios sob limitações rígidas”. Essa característica o torna adequado para problemas de localização com múltiplas capacidades possíveis por instalação.

De acordo com Martello e Toth (1990), heurísticas bem construídas podem alcançar soluções muito próximas do ótimo, com tempos computacionais adequados mesmo em instâncias de grande porte. Essa eficiência torna o MCKP adequado para instâncias reais, nas quais a exploração exaustiva de alternativas é inviável. Em problemas combinatórios de grande porte, a busca exaustiva rapidamente se torna inviável devido ao crescimento exponencial das possibilidades, conforme demonstrado por Martello e Toth (1990), cujo estudo clássico fundamenta os limites computacionais em problemas de mochila e variantes.

Em síntese, o MCKP fornece uma forma rápida de selecionar capacidades e postos, reduzindo drasticamente a complexidade computacional e substituindo o MILP em instâncias de grande porte.

Para representar formalmente o MCKP aplicado à seleção de postos de resfriamento, foi estruturado um modelo matemático composto por conjuntos, parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições. Os conjuntos representam as localidades candidatas e as capacidades disponíveis em cada uma delas, enquanto os parâmetros caracterizam o custo fixo, o custo logístico e a capacidade associada a cada alternativa. As variáveis de decisão indicam se uma determinada capacidade é selecionada em uma localidade específica. A função objetivo busca gerar o objetivo em que será tomada a decisão, e as restrições asseguram que o modelo opere corretamente, evitando desvios do objetivo de minimização de custo e garantindo que apenas combinações viáveis de capacidades sejam selecionadas.

Dessa forma, o modelo formaliza o MCKP no contexto do problema de localização de postos de resfriamento, estabelecendo uma conexão direta entre a formulação teórica e sua aplicação prática. O modelo considera um conjunto de localidades candidatas à instalação dos postos, representado por J , em que cada localidade j possui um conjunto de alternativas de capacidade K_j . Cada alternativa está associada a uma capacidade disponível Q_{jk} e a um custo total C_{jk} , que contempla os custos fixos de instalação e os custos logísticos de transporte dos produtores para o posto (T1) e do posto para a fábrica (T2).

O objetivo do modelo é atender a um volume mínimo de demanda total, representado por Q_{min} , por meio da seleção das alternativas mais eficientes em termos de custo. Para isso, define-se a variável de decisão binária y_{jk} , que assume valor 1 quando a alternativa k é selecionada para a localidade j , e 0 caso contrário.

A função objetivo do modelo (1), é responsável por minimizar o custo total associado à escolha das capacidades em cada localidade candidata, respeitando as restrições operacionais e de atendimento da demanda estabelecidas no problema.

$$\min Z = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} C_{jk} y_{jk} \quad (1)$$

As restrições do modelo são definidas de modo a garantir a coerência operacional da solução obtida. A primeira restrição assegura que, para cada localidade candidata, apenas uma alternativa de capacidade seja selecionada, impedindo a escolha simultânea de múltiplos tanques em um mesmo posto. Essa condição garante a viabilidade física da solução e é formalmente representada em (2):

$$\sum_{k \in K_j} y_{jk} \leq 1 \quad \forall j \in J \quad (2)$$

A segunda restrição assegura que a soma das capacidades instaladas seja suficiente para atender o volume mínimo de leite exigido pelo sistema, garantindo viabilidade operacional. Essa condição é formalizada em (3):

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} Q_{jk} y_{jk} \geq Q_{min} \quad (3)$$

Por fim, a restrição de dominialidade estabelece que cada variável de decisão referente à escolha de uma capacidade deve assumir apenas valores binários, ativando ou não a alternativa associada. Essa condição é demonstrada em (4):

$$y_{jk} \in \{0,1\} \quad (4)$$

4.2 Mixed-Integer Linear Programming

Em síntese, o MILP constitui a principal técnica exata utilizada para resolver problemas combinatórios de localização e alocação. Conforme discutem Bertsimas e Tsitsiklis (1997),

modelos MILP permitem representar com precisão a estrutura matemática do problema, possibilitando a busca por soluções ótimas sempre que houver recursos computacionais suficientes. Essa abordagem é amplamente utilizada como referência para validação e calibração de heurísticas.

No contexto deste estudo, o MILP modela simultaneamente as questões na seguinte ordem: a decisão de instalar ou não um posto, a escolha da capacidade adequada, a alocação dos clusters aos postos instalados, a satisfação da demanda total e a minimização do custo logístico total.

Sendo assim, o modelo MILP é formulado a partir de um conjunto estruturado de variáveis, parâmetros e restrições, de modo a representar de forma consistente o problema de localização e alocação dos postos de resfriamento. Considera-se um conjunto I de clusters de produtores e um conjunto J de localidades candidatas à instalação dos postos, sendo que cada localidade j dispõe de um conjunto de capacidades possíveis K_j .

Cada cluster i apresenta um volume de produção V_i , enquanto cada alternativa de capacidade k , associada a uma localidade j , possui uma capacidade instalada Q_{jk} e um custo fixo F_{jk} . Adicionalmente, são considerados os custos de transporte do volume produzido em cada cluster até o respectivo posto (C_{ik}) e, posteriormente, do posto até a indústria (D_{jF}). O modelo também incorpora uma restrição de atendimento mínimo de demanda, representada por Q_{min} , garantindo que a estrutura instalada seja capaz de absorver o volume total requerido.

As decisões do modelo são representadas por variáveis binárias. A variável y_{jk} indica se a localidade j é selecionada com a capacidade k , enquanto a variável x_{ijk} define a alocação do volume do cluster i ao posto j com determinada capacidade. Essas variáveis permitem representar simultaneamente a escolha das localizações e a distribuição dos fluxos de produção.

A função objetivo, apresentada na Equação (5), tem como finalidade minimizar o custo total do sistema, considerando de forma integrada os custos fixos de instalação dos postos, os custos de transporte do tipo T1 e os custos T2. Essa formulação possibilita avaliar diferentes configurações logísticas e identificar soluções que conciliem eficiência operacional e viabilidade econômica.

$$\min Z = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} F_{jk} y_{jk} + \sum_{i \in I_j} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} C_{ij} v_i x_{ijk} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} D_{jF} (\sum_{i \in I_j} v_i x_{ijk}) \quad (5)$$

A restrição expressa em (6) assegura que cada cluster de produtores seja integralmente atendido por um único posto de resfriamento, impedindo a fragmentação do volume coletado entre diferentes unidades. Essa condição garante a coerência operacional do modelo, preserva

a rastreabilidade do leite ao longo da cadeia logística e reflete práticas compatíveis com a operação real de coleta e transporte.

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in I \quad (6)$$

Em (7) é imposto que o volume total associado aos clusters direcionados a um posto não excede a capacidade instalada. O termo y_{jk} tem papel habilitador, garantindo que apenas capacidades selecionadas possam receber volume.

$$\sum_{i \in I_j} v_i x_{ijk} \leq Q_{jk} y_{jk} \quad \forall j, k \quad (7)$$

Em (8) assegura-se que cada localidade candidata utilize somente uma capacidade dentre as disponíveis. Dessa forma, evita-se a instalação simultânea de tanques diferentes no mesmo posto, preservando consistência estrutural.

$$\sum_{k \in K_j} y_{jk} \leq 1 \quad \forall j \in J \quad (8)$$

Em (9) estabelece que a soma das capacidades escolhidas deve ser suficiente para atender o volume mínimo requerido pelo sistema. É uma condição clássica em modelos de localização com demanda agregada e garante viabilidade global.

$$\sum_{i \in I_j} v_i \leq \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_j} Q_{jk} y_{jk} \quad (9)$$

Por fim, em (10) determina a natureza das variáveis. Enquanto y_{jk} assume valores binários, caracterizando decisões de instalação, as variáveis x_{ijk} permanecem contínuas e não negativas, representando proporções de volume alocado.

$$y_{jk} \in \{0,1\}, \quad x_{ijk} \geq 0 \quad (10)$$

4.3 Diferenças Fundamentais entre o Modelo MCKP e o Modelo MILP

Embora o MCKP e o MILP possam ser utilizados no mesmo contexto de seleção de capacidades para postos de resfriamento, suas estruturas matemáticas diferem significativamente. O MCKP concentra-se na escolha entre alternativas mutuamente exclusivas em cada localidade, buscando identificar a configuração que minimize o custo total do sistema. De acordo com Zhong e Young (2010), esse modelo impõe a seleção obrigatória de apenas uma alternativa por grupo, o que reduz o problema a uma estrutura combinatória mais simples, baseada exclusivamente em variáveis binárias. Essa característica permite identificar rapidamente combinações viáveis de capacidades, tornando o método escalável mesmo em cenários com elevado número de localidades.

O MILP, por outro lado, incorpora tanto a seleção das capacidades quanto a alocação detalhada dos fluxos, com um grande número de variáveis binárias. À medida que o tamanho da instância cresce, o esforço computacional tende a aumentar de forma combinatória, o que

torna essa abordagem difícil de escalar para cenários muito grandes (Bertsimas; Tsitsiklis, 1997). Enquanto, o MCKP manipula apenas algumas dezenas de alternativas, um MILP típico para o cenário goiano pode superar dezenas de milhares de variáveis, tornando o processo computacionalmente pesado.

Além disso, o MCKP minimiza custos agregados previamente calculados, enquanto o MILP calcula internamente as interações entre clusters, postos e capacidades. Isso torna o MILP mais preciso, porém substancialmente mais lento. Apesar de sua precisão, métodos MILP apresentam dificuldade de escalabilidade conforme o número de variáveis cresce, fenômeno discutido de forma aprofundada por Martello e Toth (1990) em sua análise dos limites de problemas combinatórios. Assim, neste estudo, o MCKP atua como solução operacional mais rápida e escalável, e o MILP cumpre a função de modelo de referência para validar a qualidade das soluções obtidas.

5 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS À LOGÍSTICA DE COLETA

5.1 Open Source Routing Machine

O cálculo de distâncias viárias é fundamental para estimar com precisão os custos de transporte da captação de leite. Para isso, foi utilizado neste estudo o OSRM, ferramenta reconhecida pela confiabilidade no cálculo de trajetos reais. O cálculo das distâncias foi realizado com o OSRM, uma ferramenta projetada para roteamento rápido e preciso em malhas urbanas, conforme descrito por Luxen e Vetter (2011), autores que propõem sua arquitetura voltada a aplicações em tempo real.

O sistema gera distâncias nas rotas, incorporando as condições reais da malha viária. Para aumentar a eficiência, empregou-se um cache a partir de um banco de dados local em SQLite e um método de contingência baseado no cálculo geodésico Haversine sempre que o servidor não respondesse. O cálculo geodésico Haversine é uma formulação amplamente empregada para estimar distâncias entre coordenadas geográficas (Movable Type Scripts, 2020). Assim, o OSRM fornece uma base robusta para a avaliação logística tanto no MCKP quanto no MILP.

5.2 Roteirização pelos métodos de Clarke-Wright Savings e 2-opt

A roteirização dos veículos segue o método Clarke-Wright Savings, amplamente utilizado em problemas de VRP devido à sua eficiência operacional. Conforme demonstrado por Clarke e Wright (1964), esse método permite reduzir significativamente a distância total percorrida ao explorar economias geradas pela combinação de rotas, o que justifica sua

aplicação em contextos de coleta diária, como na cadeia produtiva do leite. Trata-se de uma abordagem heurística que calcula economias entre pares de pontos e estrutura rotas capazes de minimizar a extensão total percorrida, respeitando as restrições de capacidade dos veículos.

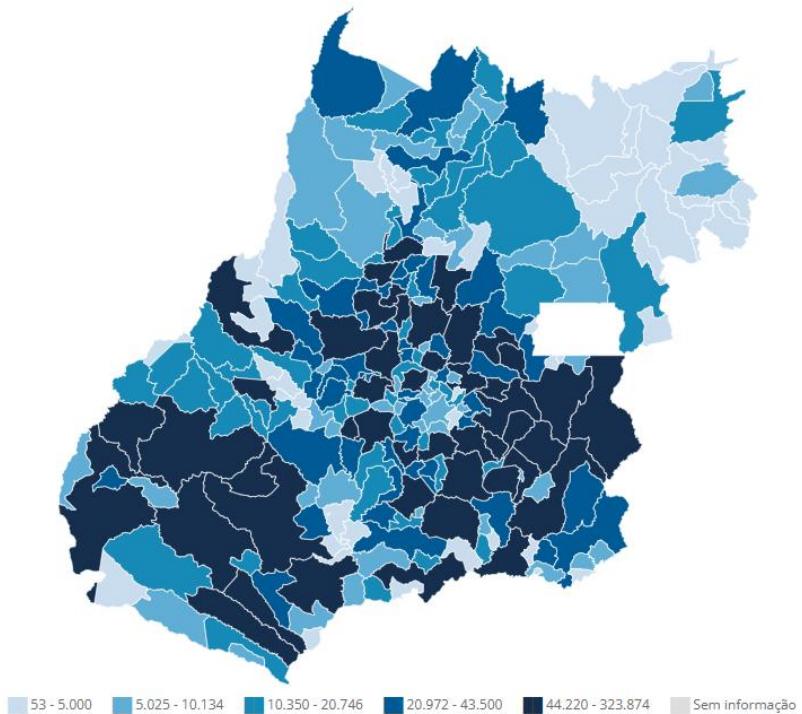
Após a construção inicial das rotas, aplica-se o refinamento *2-opt*, que elimina cruzamentos e reduz trajetos desnecessários. Johnson e McGeoch (1997) descrevem que heurísticas de melhoria local, como o *2-opt*, são particularmente eficazes na redução de distâncias em problemas reais de roteirização. Essa combinação fornece rotas curtas e computacionalmente viáveis, permitindo estimativas consistentes de rotas para o MCKP e para as validações do MILP. Pichpibul e Kawtummachai (2012) demonstraram que heurísticas construtivas combinadas com heurísticas de refinamento apresentam desempenho competitivo em instâncias de VRP capacitado.

6 METODOLOGIA

O procedimento adotado neste trabalho foi estruturado em etapas sucessivas, integrando a obtenção de dados, o pré-processamento das informações, a modelagem matemática e a execução dos algoritmos de otimização. Essa abordagem metodológica foi definida de forma a garantir coerência entre as etapas analíticas, permitindo a representação adequada da realidade operacional da cadeia de coleta de leite. A organização sequencial das etapas possibilita não apenas a estruturação lógica do modelo proposto, mas também a rastreabilidade das decisões tomadas ao longo do processo, desde a caracterização dos dados de entrada até a análise dos resultados obtidos. Dessa forma, busca-se assegurar que os procedimentos adotados refletem condições reais de operação e forneçam suporte confiável e justificável à tomada de decisão.

A primeira etapa consistiu na coleta dos dados de produção de leite no estado de Goiás, obtidos a partir de bases públicas disponibilizadas pelo IBGE. Esses dados incluem a quantidade de produtores por município, os volumes de produção registrados e a distribuição geográfica das unidades produtoras, permitindo a caracterização espacial da atividade leiteira no estado. As informações foram organizadas em planilhas no formato XLSX, compatíveis com o Microsoft Excel, e utilizadas como base para a construção dos clusters de produção e para a definição das demandas consideradas no modelo, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Mapa do leite em Goiás (2024) por valor de produção.



Fonte: IBGE (2024)

Com base no mapa, as localidades candidatas a postos de resfriamento foram selecionadas entre os 84 municípios goianos que produzem leite, cada uma com diferentes alternativas de capacidade variando de 200.000 L, 300.000 L ou 500.000 L. Para cada alternativa, foram associados custos fixos obtidos a partir de preços de mercado para tanques isotérmicos, infraestrutura civil e equipamentos auxiliares, complementados pelo custo estimado do terreno com base em valores regionais de CUB (Custo Unitário Básico da Construção) e imagens aéreas de unidades reais.

Após a definição do espaço geográfico do estudo, realizou-se a geração do conjunto de produtores, distribuídos aleatoriamente dentro do território goiano e associados a volumes diários entre 500 L e 10.000 L. Devido ao elevado número de pontos e à complexidade do problema, aplicou-se uma etapa de clusterização com o objetivo de reduzir a dimensionalidade e permitir que o modelo MILP pudesse ser resolvido em tempo hábil. Para tornar o problema computacionalmente tratável, aplicou-se uma etapa de clusterização que reduz a dimensionalidade e permite que modelos de otimização lidem com grandes conjuntos de pontos. Essa abordagem é clássica desde o trabalho de MacQueen (1967), que formalizou o método *k-means* como técnica de agrupamento eficiente para problemas com grande número de observações. Assim, foram formados aproximadamente 400 *clusters*, cada um representando um conjunto de produtores próximos e com volume agregado.

A etapa seguinte consistiu no cálculo das distâncias viárias entre cada cluster, as localidades candidatas a postos de resfriamento e a fábrica. Para padronizar o cálculo das distâncias T2, definiu-se o município de Abadia de Goiás como localização da fábrica utilizada no estudo, selecionado manualmente como ponto central de referência para os testes. Para gerar rotas realistas, utilizou-se o OSRM, responsável por incorporar a malha viária do estado e fornecer distâncias próximas das condições reais de deslocamento. Para garantir eficiência computacional, todas as consultas foram armazenadas em um banco de dados SQLite, evitando chamadas repetidas e reduzindo substancialmente o tempo de processamento.

Como medida de contingência, em casos de falha nas consultas ao OSRM, aplica-se a distância Haversine entre as coordenadas geográficas dos pontos, garantindo que sempre exista um valor de distância para alimentar os modelos de otimização. Com a matriz de distâncias definida, aplicaram-se as heurísticas de roteirização para estimar o custo logístico das etapas T1 e T2. Inicialmente, utilizou-se o método Clarke–Wright Savings, que permite construir rotas eficientes a partir do cálculo das economias entre pares de pontos, seguido pelo refinamento 2-*opt* para eliminação de cruzamentos e redução de distâncias adicionais.

Com os custos de transporte estimados, aplicou-se a heurística baseada no MCKP, avaliando cada alternativa de capacidade disponível para cada localidade candidata. Essa avaliação incluiu custos fixos, custos T1, custos T2 e o volume total atendido por cada alternativa. As alternativas foram ordenadas pelo custo total por litro atendido e selecionadas até que o volume mínimo de 1,2 a 1,8 milhão de litros fosse atendido. Em seguida, as soluções obtidas pelo MCKP foram comparadas às soluções produzidas pelo modelo MILP, construído conforme as equações apresentadas na seção 3.2, permitindo validar a qualidade das soluções heurísticas e medir o desvio relativo em relação ao ótimo.

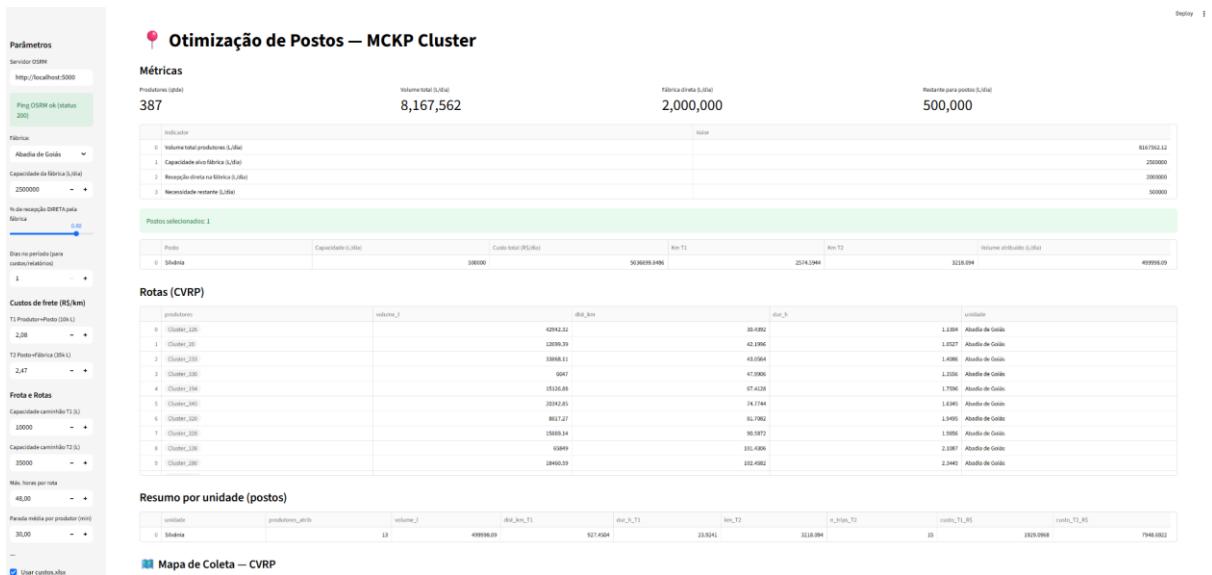
Além da execução dos modelos matemáticos, foi desenvolvida uma aplicação interativa na linguagem de programação Python, utilizando o *framework* Streamlit, com o objetivo de facilitar a análise visual e a interpretação dos resultados obtidos. A interface permite a visualização integrada de produtores, *clusters*, postos candidatos e rotas georreferenciadas em ambiente cartográfico, além de disponibilizar tabelas dinâmicas contendo informações sobre custos, capacidades, distâncias e indicadores de desempenho da solução final. A aplicação integra de forma automatizada os módulos de processamento, incluindo os cálculos logísticos, a comunicação com o OSRM, as heurísticas propostas e o modelo MILP, possibilitando a execução contínua do fluxo computacional. Dessa forma, o sistema constitui uma ferramenta prática de apoio à tomada de decisão, com potencial de aplicação em cenários reais da cadeia produtiva do leite (STREAMLIT, s.d.).

Por fim, os resultados foram organizados em tabelas e gráficos, permitindo comparar custos, número de postos selecionados, capacidade instalada, distribuição espacial dos clusters atendidos e eficiência logística da solução final. Essa abordagem integrada demonstrou a aplicabilidade prática do modelo heurístico para problemas reais de alocação de postos de resfriamento de leite.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados foram obtidos pela execução dos modelos MCKP e MILP sobre o conjunto de dados, composto por 400 *clusters* de produtores, 84 localidades candidatas com capacidades possíveis de 200.000 L, 300.000 L e 500.000 L e matriz de distâncias viárias calculadas via OSRM. Para apoiar a visualização dos resultados, desenvolveu-se também uma interface interativa em Python, utilizando Streamlit, que integra tabelas, mapas e rotas, permitindo analisar a solução final em tempo real como demonstrado na Figura 2.

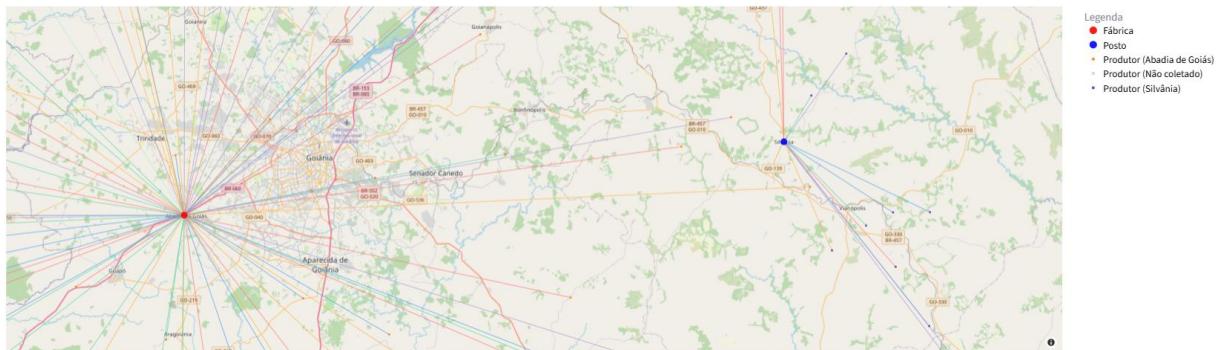
Figura 2 – Interface de Visualização no Streamlit.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A solução gerada pelo MCKP apresentou uma distribuição de postos coerente com a densidade das regiões produtoras e com a malha viária regional. O exemplo mostrado na Figura 3 tem a cidade de Silvânia-GO como a melhor candidata para um posto de resfriamento. Além disso, o mapa resultante evidencia as regiões de atendimento e as rotas concentradas conforme o padrão da heurística.

Figura 3 – Mapa da solução MCKP.

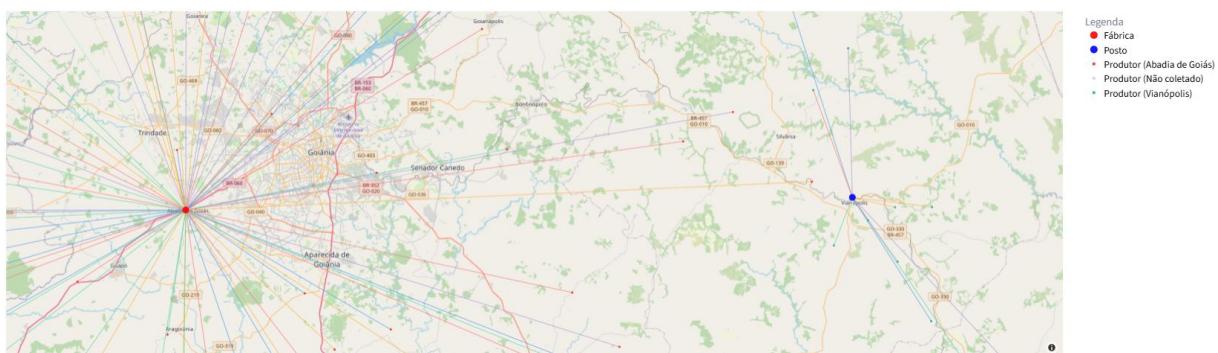


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Apesar de as ligações entre os pontos no mapa serem representadas visualmente por retas, isso ocorre apenas para fins de ilustração gráfica. No processo de otimização, tanto o MCKP quanto o MILP não utilizam distâncias em linha reta. Todas as atribuições de produtores aos postos e todos os cálculos de custo logístico foram feitos utilizando distâncias viárias reais, obtidas por meio do OSRM, que considera o traçado da malha rodoviária, curvas, acessos e tempo estimado de deslocamento. Desse modo, mesmo que a representação visual pareça simplificada, o modelo trabalha internamente com as distâncias corretas e compatíveis com a operação real de coleta.

Já o MILP produziu uma distribuição espacial semelhante na Figura 4, mas com ajustes mais refinados nas fronteiras entre áreas de influência, devido à capacidade do modelo exato de balancear simultaneamente os fluxos T1 e T2 o modelo encontrou uma cidade candidata diferente, Vianópolis-GO.

Figura 4 – Mapa da solução MILP.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos para ambos os modelos, evidenciando o custo total e o tempo de processamento associados a cada abordagem. Os resultados referem-se a um cenário de entrada definido a partir do conjunto de clusters de produtores previamente estabelecido, das capacidades candidatas dos postos de resfriamento, da matriz de distâncias calculada a partir da malha viária e dos parâmetros logísticos adotados para transporte e

operação. Nesse contexto, observa-se que o MCKP obteve uma solução com custo total apenas 1,23% superior ao custo ótimo identificado pelo MILP, indicando que o método heurístico é capaz de produzir resultados próximos do ótimo global, mesmo sem realizar uma busca exaustiva no espaço de soluções.

Tabela 1 – Comparação de variáveis e resultados entre MCKP e MILP.

Indicador	MCKP	MILP
Número de clusters utilizados	400	400
Volume total atendido (L/dia)	499.998	496.689
Número de postos selecionados	1	1
Capacidade instaladas (L)	500.000	500.000
Custo T1 – clusters → posto (R\$)	7.931,12	8.102,44
Custo T2 – posto → fábrica (R\$)	1.946,67	1.655,26
Custo Total (R\$)	9.877,79	9.757,70
Tempo de processamento	2 minutos	15 minutos

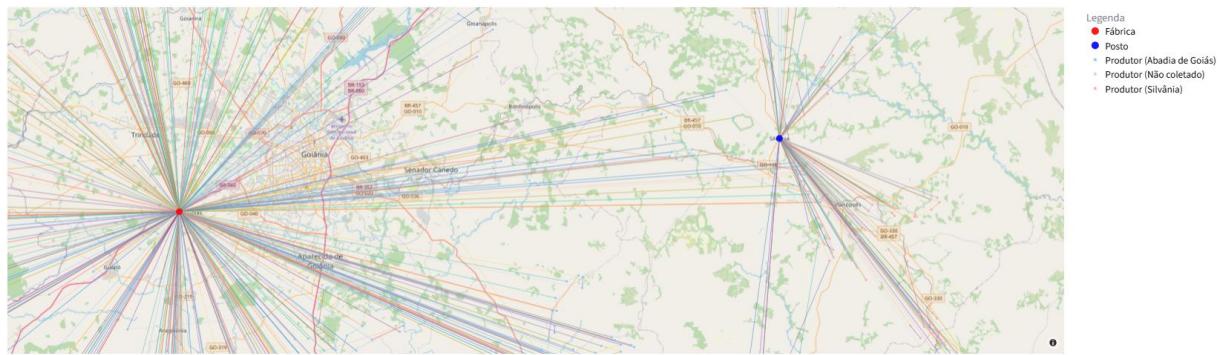
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O tempo de execução reforça essa vantagem operacional, uma vez que o MCKP apresentou tempo de processamento significativamente inferior, concluindo a otimização em aproximadamente dois minutos, enquanto o MILP demandou cerca de quinze minutos. Esse comportamento está alinhado à literatura, que aponta o aumento do custo computacional dos métodos exatos à medida que a complexidade do problema cresce. A análise espacial das soluções revela ainda que ambos os modelos convergem para arranjos logísticos semelhantes, com número próximo de postos selecionados, regiões de influência bem definidas e ausência de rotas excessivamente longas.

Além dos experimentos com dados clusterizados, também foi conduzido um teste complementar com um conjunto ampliado de aproximadamente 1.500 produtores individuais, sem qualquer tipo de agregação prévia. Esse cenário representa de forma mais fiel a complexidade espacial da cadeia de captação de leite no estado, incluindo maior variabilidade de volumes, distâncias e densidades produtivas.

Mesmo com o aumento significativo do número de pontos, o MCKP manteve desempenho computacional satisfatório, obtendo uma solução viável em cerca de 4 minutos, o que reforça sua escalabilidade e confirma sua adequação a bases de dados reais em larga escala. A Figura 5 demonstra como ficou a localização e a roteirização neste caso.

Figura 5 – Mapa da solução MCKP com 1500 produtores.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Em contraste, o MILP não pôde ser executado nesse cenário com maior quantidade de produtores, uma vez que o número de variáveis binárias de 33.600 para 126.000, e como cada variável binária duplica o número de possibilidades, o espaço de busca cresce exponencialmente, chegando a ficar 92.400 vezes maior, tornando o tempo de processamento impraticável e inviabilizando a convergência do modelo. Esse comportamento evidencia a limitação natural dos métodos exatos em problemas extensos e, simultaneamente, demonstra que a heurística consegue reproduzir a lógica operacional mesmo sob grande aumento de complexidade, característica essencial para aplicações práticas no setor lácteo.

Com isso, a integração da solução à interface Streamlit permitiu analisar não apenas custos, mas também a distribuição espacial, rotas e cargas atendidas, tornando o sistema uma ferramenta prática para apoiar a tomada de decisão em ambientes reais. Assim, embora o MILP permaneça como referência ótima, os resultados demonstram que o MCKP é suficientemente preciso, muito mais rápido e plenamente adequado ao contexto operacional da cadeia de resfriamento de leite em Goiás.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo desenvolveu uma abordagem integrada voltada para a otimização da alocação de postos de resfriamento de leite no estado de Goiás, estruturando um arcabouço metodológico que combina heurísticas, modelos matemáticos e técnicas de roteirização capazes de representar com precisão a dinâmica espacial da produção leiteira. O uso combinado do MCKP, de um modelo de MILP, do cálculo de distâncias reais via OSRM e dos algoritmos Clarke–Wright e *2-opt* permitiu construir uma solução robusta, aplicável e adequada às particularidades logísticas da captação de leite.

A aplicação dos métodos possibilitou identificar configurações de postos que minimizam custos, reduzem deslocamentos e se ajustam à distribuição geográfica dos produtores. Mais do que comparar modelos, o foco do trabalho esteve em demonstrar que a otimização da alocação de postos é uma ferramenta estratégica capaz de transformar diretamente a eficiência operacional do sistema de captação de leite, especialmente em estados extensos e heterogêneos como Goiás. A análise espacial resultante evidenciou regiões de influência bem definidas, rotas consolidadas e arranjos logísticos que evitam sobreposição operacional, reforçando o impacto do processo de otimização sobre a tomada de decisão.

Embora o MILP tenha sido utilizado como referência teórica para validar a qualidade da solução, a contribuição central do estudo está na demonstração de que o MCKP se mostra capaz de gerar arranjos logísticos de alta qualidade em tempo reduzido. Esse desempenho confirma o potencial da heurística como ferramenta efetiva de planejamento, particularmente em situações que exigem reconfigurações frequentes, ajustes rápidos ou análises de múltiplos cenários. A integração com dados reais reforçou a maturidade do modelo: ao simular um cenário semirreal com aproximadamente 1.500 produtores o MCKP foi capaz de gerar uma solução operacional em apenas quatro minutos, evidenciando sua escalabilidade e viabilidade prática. Esse resultado permite estabelecer um forte grau de correspondência entre o cenário fictício clusterizado e o cenário real, dado que o comportamento espacial, o padrão de custos e o arranjo de postos permaneceram consistentes entre ambos.

O uso de rotas reais fornecidas pelo OSRM, associado ao método Clarke-Wright, garantiu maior alinhamento da solução às condições viárias do estado. Estudos sobre roteamento com dados abertos indicam que trajetos baseados em malha viária real reduzem significativamente erros na estimativa de custos (Luxen; Vetter, 2011), reforçando a importância de ferramentas geoespaciais na modelagem logística. O trabalho demonstrou que a seleção inteligente dos postos é capaz de reduzir drasticamente os custos operacionais, otimizar volumes atendidos e melhorar a eficiência energética e ambiental de toda a cadeia de captação.

Conclui-se que a otimização da alocação de postos de resfriamento, quando apoiada em modelos matemáticos consistentes e alimentada com dados reais, constitui um instrumento poderoso para o planejamento logístico da cadeia do leite. Os modelos utilizados demonstraram maturidade técnica e puderam ser executados em plataformas acessíveis, como Python e Streamlit, o que possibilita que os resultados sejam facilmente integrados a ferramentas de apoio à decisão. Para estudos futuros, recomenda-se a expansão do modelo para considerar múltiplas fábricas, restrições de capacidade por turno, variações sazonais na produção,

impactos ambientais, análise de sensibilidade para custos logísticos e acoplamento do modelo a sistemas corporativos para atualização automática de dados.

Assim, o presente trabalho evidencia que métodos de otimização bem estruturados têm potencial para fortalecer significativamente o planejamento operacional da cadeia do leite, garantindo maior eficiência, precisão e agilidade na definição estratégica dos postos de resfriamento no estado de Goiás.

REFERÊNCIAS

- CLARKE, G.; WRIGHT, J. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, v. 12, n. 4, p. 568-581, 1964.
- ZHONG, T.; YOUNG, R. Multiple choice knapsack problem: example of planning choice in transportation. *Evaluation and Program Planning*, v. 33, n. 2, p. 128-137, 2010.
- FAEG; SENAR; IFAG. Diagnóstico da Cadeia Láctea do Estado de Goiás. Goiânia: Federação da Agricultura e Pecuária de Goiás; Serviço Nacional de Aprendizagem Rural; Instituto para o Fortalecimento da Agropecuária de Goiás, 2019.
- IBGE — Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Pesquisa da Pecuária Municipal – Produção de Leite 2024. Rio de Janeiro: IBGE, 2025. Disponível em: <https://sidra.ibge.gov.br>. Acesso em: 18/11/2025.
- JOHNSON, D. S.; McGEOCH, L. A. The traveling salesman problem: a case study in local optimization. In: AARTS, E. H. L.; LENSTRA, J. K. (org.). *Local search in combinatorial optimization*. Chichester: Wiley, 1997. p. 215-310.
- LIN, S. Computer solutions of the traveling salesman problem. *Bell System Technical Journal*, v. 44, n. 10, p. 2245-2269, 1965.
- LUXEN, D.; VETTER, C. Real-time routing with OpenStreetMap data. In: *Proceedings of the 19th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*. New York: ACM, 2011.
- MACQUEEN, J. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In: *BERKELEY SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL STATISTICS AND PROBABILITY*, 5., 1965, Berkeley. Proceedings... Berkeley: University of California Press, 1967. p. 281-297.
- MARTELLO, S.; TOTH, P. *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations*. Chichester: John Wiley & Sons, 1990.
- MOVABLE TYPE SCRIPTS. Calculate distance, bearing and more between Latitude/Longitude points. 2020. Disponível em: <https://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html>. Acesso em: 18/11/2025.
- CAMILO, P. J. A dinâmica de transporte da cadeia produtiva do leite na região sul do Brasil. *CaderNAU – Cadernos do Núcleo de Análises Urbanas*, v. 8, n. 1, p. 153-164, 2015.

PICHPIBUL, T.; KAWTUMMACHAI, R. An improved Clarke and Wright savings algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *ScienceAsia*, v. 38, p. 307-315, 2012.

FARAHANI, R. Z.; REZAPOUR, S.; DREZNER, T. (org.). *Facility location: applications and theory*. Berlin: Springer, 2011.

MELO, M. T.; NICKEL, S.; SALDANHA-DA-GAMA, F. Facility location and supply chain management – A review. *European Journal of Operational Research*, v. 196, n. 2, p. 401-412, 2009.

BERTSIMAS, D.; TSITSIKLIS, J. N. *Introduction to linear optimization*. Belmont, MA: Athena Scientific, 1997.

LAPORTE, G. What you should know about the vehicle routing problem. *Naval Research Logistics*, v. 54, n. 8, p. 811-819, 2007.

STREAMLIT. Streamlit Documentation. s.d. Disponível em: <https://docs.streamlit.io>. Acesso em: 18/11/2025.

GOIÁS. Secretaria de Estado da Economia. Superintendência de Informações Fiscais. Tabela de Frete de Leite a Granel, 2019. Disponível em: https://appasp.economia.go.gov.br/legislacao/arquivos/Superintendencia/SIF/IN/ANEXOS_IN_002_2019/TRANSPORTE_DE_LEITE_A_GRANEL.htm. Acesso em: 19/11/2025.

EMBRAPA GADO DE LEITE. Anuário Leite 2024: avaliação genética multirracial. Juiz de Fora: Embrapa Gado de Leite, 2024.

IBGE — Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Produção de leite – Goiás. 2024. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/explica/producao-agropecuaria/leite/go>. Acesso em: 19/11/2025.

OSRM – Open Source Routing Machine. Documentação oficial. 2024. Disponível em: <http://project-osrm.org/>. Acesso em: 19/11/2025.

BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Instrução Normativa nº 76, de 26 de novembro de 2018. Estabelece os requisitos para produção, identidade e qualidade do leite cru refrigerado e do leite pasteurizado. Diário Oficial da União, Brasília, 30 nov. 2018a.

BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Instrução Normativa nº 77, de 26 de novembro de 2018. Estabelece critérios e procedimentos para o controle da qualidade do leite cru refrigerado. Diário Oficial da União, Brasília, 30 nov. 2018b.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à minha família, pelo apoio incondicional, incentivo e compreensão durante toda a trajetória acadêmica, sem os quais este trabalho não seria possível. Expresso minha gratidão ao Instituto Federal Goiano – Campus Trindade, pela formação de excelência e pelo ambiente de aprendizado que contribuiu significativamente para meu desenvolvimento pessoal e profissional. Agradeço, em especial, ao meu orientador e coorientador, pela dedicação, paciência, disponibilidade e pelas orientações valiosas que nortearam cada etapa deste estudo. Estendo meus agradecimentos aos professores e servidores do IF Goiano, que sempre estiveram comprometidos em oferecer suporte e conhecimento de qualidade. Por fim, agradeço aos colegas e amigos que, direta ou indiretamente, contribuíram com palavras de incentivo, debates construtivos e apoio durante todo o processo de construção deste trabalho.