INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA GOIANO
CAMPUS - CAMPOS BELOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO (LATO SENSU) EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

EVANETTE COSTA MOURA DE LIMA

O USO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: REFERENCIAIS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES

CAMPOS BELOS / GO
2021

EVANETTE COSTA MOURA DE LIMA

O USO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: REFERENCIAIS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES

Trabalho de conclusão de curso apresentado à banca examinadora do curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática como requisito parcial para a obtenção de título de Especialista.

Orientador(a): Dr. Davidson Freitas Nogueira

CAMPOS BELOS/GO
2021

EVANETTE COSTA MOURA DE LIMA

O USO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA:
REFERENCIAIS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES

Trabalho de conclusão de curso apresentado à banca examinadora do curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática como requisito parcial para a obtenção de título de Especialista.

Aprovado em 30 de novembro de 2021.

Davidson Freitas Nogueira
Instituto Federal Goiano - Campus Urutaí
Presidente / Orientador

Jucelino Cardoso Marciano dos Santos
Instituto Federal Goiano - Campus Urutaí
Membro interno

Tulio Marcio Gentil dos Santos
Instituto Federal Goiano - Campus Campos Belos
Membro interno

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer as pessoas que contribuíram dos mais diversos modos para que esse trabalho fosse concluído.

Começo agradecendo a Deus que me presenteou com o dom da vida, maior de todos os presentes. Agradeço por toda força, ânimo e coragem que me ofereceu para ter alcançado minha meta ao longo deste processo.

Aos meus pais Manoel Antônio de Lima e Rosalina Costa Moura que em meio a tantas dificuldades conseguiram me ensinar valores que pretendo levar para a vida, além de me incentivarem a sempre priorizar os estudos. Aos meus avós Sebastiana Costa e Artur de Moura (*in memoriam*), que foram um dos grandes mestres que passaram na minha vida, mesmo sem nunca ter ido a uma sala de aula. Pois, algumas pessoas marcam a nossa vida, deixam mensagens que nunca se apagam das nossas mentes, que se tornam aprendizados que levamos para sempre conosco. E nem sempre é por meio da escrita/palavras que aprendemos. Ética, generosidade, amizade e humildade são atitudes e qualidades que se veem nas ações, e que ficam de exemplo e inspiração.

Agradeço a todos os professores da especialização pelas contribuições, reconheço o esforço gigante com muita paciência e sabedoria, foram eles que me deram recursos e ferramentas para evoluir um pouco mais todos os dias, em especial ao meu orientador Prof. Dr. Davidson Freitas Nogueira que acreditou na proposta do meu trabalho e me norteou na pesquisa.

Aos colegas, da turma 2020.1 do Curso de Pós-Graduação (Lato Sensu) em Ensino de Ciências e Matemática, pelas partilhas de conhecimentos valiosos. Em especial, agradeço os meus companheiros de viagens Amara Costa, Luiz Marlles Araújo, Amaury Franco, Valeria Ribeiro e Eliane pelo companheirismo nos mais diversos momentos desta jornada, enfrentando sol, chuva, fome, partilhando marmitas, alegrias, conquistas e pelas conversas furadas durante o caminho ao Instituto.

Agradeço ainda a todas as pessoas que me incentivaram e inspiraram através de gestos e palavras a superar todas as dificuldades.

O que seria da insistência e da persistência se não fosse o desejo de fazer o melhor!

Hekeslay A. Moser

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO **8**

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA **10**

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA 10

O ESTUDO DE FUNÇÕES NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC) 12

FUNÇÃO A PARTIR DE UMA PERSPECTIVA HISTÓRICA 15

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA CONSTRUÍDA **16**

CONSIDERAÇÕES FINAIS **24**

REFERÊNCIAS **25**

O USO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: REFERENCIAIS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES

Evanette Costa Moura de Lima[1]

ORCID iD: 0000-0001-9721-044X

Davidson Freitas Nogueira[2]

ORCID iD: 0000-0003-3112-0294

RESUMO

Nste trabalho buscamos, qualitativamente, compreender como as sequências didáticas podem contribuir para uma aprendizagem significativa. Para tal iremos contemplar o estudo de funções, com o foco nas funções polinomiais, geralmente ministrado no primeiro ano do Ensino Médio. Utilizaremos o contexto histórico na perspectiva de uma aprendizagem significativa e contextualizada, de David Ausubel (2003). Para tanto, destacamos as três condições fundamentais para a ocorrência da aprendizagem significativa, a saber: 1) Material potencialmente significativo; 2) Identificação de subsunçores adequados na estrutura cognitiva; e 3) Predisposição para aprender. Os saberes do contexto histórico são incorporados a estas condições como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem, de maneira a contribuir com o planejamento do material potencialmente significativo, dado que a escolha e sequência dos conteúdos são planejados a partir deste. Para atingirmos nossos objetivos construiremos uma SD voltada para o ensino de Funções na primeira série do Ensino Médio, fundamentada no contexto histórico; e propomos a SD construída aos discentes da Rede Estadual e Municipal de Ensino. Por fim, com este trabalho pretendemos construir um produto educacional destinado a professores da Educação Básica que pretendam inovar nas salas de aula apresentando um material potencialmente significativo que não é abordado tradicionalmente nas escolas.

[1]Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Especialista em Ensino de Matemática pela UFT, Arraias, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Trav. Juraildes de Sena Abreu, s/n - Setor Arnaldo Prieto, Arraias, Tocantins, Brasil, CEP: 77330-000. E-mail: evanettelima@uft.edu.br.

[2]Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal Goiano - Urutaí (IFGoiano). Mestre em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU) e Doutorado em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Endereço para correspondência: Rod. Geraldo Silva Nascimento, Km-2,5 - Zona Rural, Urutaí - GO, 75790-000. E-mail: davidson.freitas@ifgoiano.edu.br.

ABSTRACT

In this work, we qualitatively seek to understand how didactic sequences can contribute to meaningful learning. To this end, we will contemplate the study of functions, with a focus on polynomial functions, usually taught in the first year of high school. We will use the historical context in the perspective of a meaningful and contextualized learning, by David Ausubel (2003). Therefore, we highlight the three fundamental conditions for the occurrence of meaningful learning, namely: 1) Potentially significant material; 2) Identification of suitable subsumers in the cognitive structure; and 3) Predisposition to learn. Knowledge from the historical context is incorporated into these conditions as facilitators of the teaching and learning process, in order to contribute to the planning of potentially significant material, given that the choice and sequence of contents are planned based on this. In order to achieve our goals, we will build an SD focused on the teaching of Functions in the first grade of High School, based on the historical context; and we propose the built SD to the students of the State and Municipal Education Network. Finally, with this work we intend to build an educational product aimed at Basic Education teachers who want to innovate in the classroom by presenting potentially significant material that is not traditionally addressed in schools.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa. Sequência Didática. Ensino de Funções

INTRODUÇÃO

Como é de conhecimento geral, por séculos, a Matemática está presente em praticamente em todos os ramos da ciência, desde as ciências exatas até as ciências humanas, como por exemplo, nas Engenharias, na Economia, na Mecânica, na Análise Financeira, na Informática, Antropologia, Ciências Médicas, entre tantas outras. Nesse sentido, por mais que esta seja parte essencial para que uma pessoa exerça, de forma plena, a sua cidadania é recebida com muita insatisfação por grande parte da comunidade escolar, assim como a sociedade em geral.

Assim como qualquer outro ramo do conhecimento ensinado na educação básica, a Matemática, possui características aplicáveis em outros ramos assim como características intrínsecas. Características essas, essenciais para a própria existência desse ramo do conhecimento,

que são consideradas difíceis, abstratas e complexas, onde muitos, por meio de um senso comum, as definem como sendo um acúmulo de cálculos e fórmulas, marcada pela memorização.

Por um lado, são recorrentes as "denúncias" de professores que lecionam esse conhecimento acerca da falta de interesse dos alunos. Por outro, os relatos dos alunos é que a disciplina é difícil e, em sua maioria, desinteressante. Acreditamos que um dos grandes fatores que contribuem para esse descompasso é a forma com que o conhecimento é posto ou construído. Além da ausência do desenvolvimento do pensamento abstrato, ou pensamento Matemático, fator essencial para compreensão do Mundo Matemático que nos cerca. Podemos concluir, então, que é necessário uma mudança no modelo de ensino-aprendizagem utilizado em grande parte das escolas brasileiras.

Em "Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva" o Professor Emérito da renomada *University of New York*, David P. Ausubel, explana o conceito de Aprendizagem Significativa em uma perspectiva cognitiva, ao qual deixa claro que esta não é um sinónimo de aprendizagem de material significativo e que o material de aprendizagem é apenas **potencialmente significativo**. Para Ausubel (2003) "até mesmo o material logicamente significativo pode ser apreendido por memorização, caso o mecanismo de aprendizagem do aprendiz não seja significativo".

De acordo com Masini e Moreira (2008, p.9) "a aprendizagem é significativa quando o aprendiz vê sentido nas situações de aprendizagem e atribui significado a elas", na qual o produto é o resultado entre a interação de um conhecimento específico já existente na estrutura cognitiva do indivíduo, denominado de **subsunçor** ou **idéia-âncora**, com o novo conceito, tornando-o mais amplo e elaborado. Caso essa proposta não ocorra, pode-se incorrer no que Ausubel chama de **aprendizagem mecânica** ou **repetitiva**.

Logo, fica evidente a necessidade de se ensinar e aprender por meio de relações entre conhecimentos existentes e novos conceitos a que se pretende assimilar, incorporando aos conhecimentos prévios dos aprendizes um novo conhecimento e, a ele, atribuindo significado. Uma possibilidade para se alcançar tais parâmetros é apresentar conceitos matemáticos explicitando sua origem e/ou a sua necessidade para se resolver problemas concretos, sejam eles aplicados a outras áreas do conhecimento ou intrínsecos da própria Matemática.

A História da Matemática é um importante instrumento para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da mesma, possibilitando assim entender conceitos a partir de sua criação, considerando todas suas alterações no decorrer da história, facilitando desse modo à assimilação

por parte dos aprendizes, bem como despertando sua curiosidade e principalmente interesse para futuras pesquisas (OLIVEIRA; ALVES; NEVES, 2008).

Diante do exposto, a abordagem proposta neste trabalho propõe a elaboração de uma sequência didática para o ensino de funções do primeiro ano do ensino médio. A sequência elaborada será fundamentada no contexto histórico buscando uma aprendizagem significativa ancorada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Para Ausubel, a aprendizagem consiste na "ampliação" da estrutura cognitiva, por meio da incorporação de novas ideias a ela. Segundo Lefrançois (2013, p. 223) "o objetivo principal das teorias cognitivistas é fazer inferências plausíveis e úteis sobre os processos mentais que intervêm entre input e output e sobre o que entendemos como significado [Grifo do autor]". Neste sentido, a incorporação de novos conhecimentos de maneira significativa ocorre a partir do que o aluno já sabe.

Nessa teoria, o produto da aprendizagem significativa é o resultado entre a interação do subsunçor com o novo conceito. Como resume Moreira (2006, p. 38) "é o processo por meio do qual novas informações adquirem significado por interação (não associação) com aspectos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva". Logo, as relações que o sujeito estabelece com o mundo externo passam a ter significação.

Seguindo essa perspectiva, entende-se que, com a história da matemática, existe a possibilidade de buscar outra forma de ver e entender essa disciplina, tornando-a mais contextualizada e agradável. A humanidade ao longo de sua história tem produzido diferentes conhecimentos, sejam eles transmitidos por gerações e/ou pelas descobertas feitas através das necessidades do dia a dia. A ideia da utilização do contexto histórico está associada ao entendimento de que tanto o conhecimento científico quanto os saberes sociais podem juntamente compor o currículo de Matemática, ambos com suas funções e valores.

A aprendizagem que não ancora o novo conhecimento em conceitos pré-existentes é considerada mecânica e marcada pela memorização. Nesse sentido, Ausubel (2003) aponta três fatores necessários para que isso não aconteça, sendo:

Material potencialmente significativo: O professor deve organizar um material que potencialize esta aprendizagem, partindo de conceitos mais gerais e inclusivos, até atingir conceitos

menos gerais e mais específicos, contemplando o que Ausubel (2003) denominou **diferenciação progressiva** e **reconciliação integrativa**.

> As informações novas e potencialmente significativas ancoram-se, mais frequentemente, nas idéias relevantes mais gerais e inclusivas na estrutura cognitiva do aprendiz [...] uma vez que a própria estrutura cognitiva tem tendência a ser organizada em termos hierárquicos, no que toca ao nível de abstração, generalidade e inclusão de ideias, a emergência de novos significados proposicionais reflete, de um modo geral, uma relação subordinada do novo material a ideias mais subordinantes na estrutura cognitiva (Ausubel, 2003, p. 93).

Ocorre então uma organização hierárquica do conhecimento de forma que esse novo conhecimento poderá vir a se constituir como âncora para futuros aprendizados. Nesse sentido, Brasil (2012) ressalta a importância das **Sequências Didáticas** (**SD's**) como potencializador da aprendizagem, pois as mesmas carregam consigo atividades encadeadas de situações, tornando-as ferramentas que são primordiais para a construção do conhecimento.

Leal e Rôcas (2016) caracterizam as SD's como um "Conjunto de atividades, estratégias e intervenções planejadas etapa por etapa pelo docente para que o entendimento do conteúdo ou tema proposto seja alcançado pelos discentes" (KOBASHIGAWA et al., 2008). A mesma contribui com a consolidação de conhecimentos que está em fase de construção permitindo progressivamente novas aquisições, em que a organização dessas atividades prevê uma progressão modular, a partir do levantamento dos conhecimentos prévios que os discentes possuem sobre um determinado assunto (BRASIL, 2012).

Disponibilização de conceito subsunçor[3] **adequado na estrutura cognitiva**: Momento em que o professor antes de tudo deve identificar os conhecimentos prévios para então verificar a importância do mesmo para o material potencialmente significativo, ou seja, o objetivo é verificar se o subsunçor adequado integra a estrutura cognitiva, pois é necessário que o discente já tenha uma informação relevante para que esta sirva de âncora aos novos conceitos a serem aprendidos.

Concordamos com Lopes e Ferreira (2013) ao afirmar que a utilização do contexto histórico na sequência didática resgatará os conhecimentos prévios, facilitando a identificação de subsunçores, tornando as aulas mais dinâmicas e interessantes, possibilitando mostrar o porquê de estudar determinados conteúdos, construindo um olhar crítico sobre o assunto em pauta.

---

[3]"Subsunçor é um conceito, uma idéia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de 'ancoradouro' a uma nova informação de modo que esta adquira, assim, significado para o indivíduo" (MOREIRA, 2006b p. 15).

Predisposição para aprender: Do que adianta ter conhecimentos prévios relevantes e apresentar-se um material potencialmente significativo se o aprendiz não estiver disposto a aprender significativamente? É importante ressaltar que o novo conteúdo deve ser significativo e que o aluno manifeste disposição para aprender, pois ninguém aprende o que não quer (LORENZATO, 2006), caso contrário ocorrerá uma aprendizagem mecânica e repetitiva.

Nesse sentido, Ausubel (2003) destaca a importância da disposição do aluno em relacionar os novos conhecimentos com aqueles já existentes em sua estrutura cognitiva.

> A aprendizagem significativa exige que os aprendizes manifestem um mecanismo de aprendizagem significativa (ou seja, uma disposição para relacionar o novo material a ser aprendido, de forma não arbitrária e não literal, à própria estrutura de conhecimentos) e que o material que aprendem seja potencialmente significativo para os mesmos, nomeadamente relacional com as estruturas de conhecimento particulares, numa base não arbitrária e não literal (Ausubel, 2003, p. 72).

Portanto, acreditamos que essa é uma das metodologias que possa potencializar a aprendizagem. Neste sentido o desafio que se estabelece para os educadores é: despertar motivos para a aprendizagem, trabalhar com conteúdos relevantes para que possam ser compartilhados em outras experiências e tornar a sala de aula um ambiente altamente estimulante para a aprendizagem.

O ESTUDO DE FUNÇÕES NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

A BNCC é um instrumento normativo estabelecido pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996) com o intuito de direcionar os currículos de ensino do sistema educacional brasileiro. Ela norteia as habilidades e competências mínimas que devem ser atingidas nas escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, em todo o Brasil. Ela propõe para o Ensino Médio o desenvolvimento de 5 competências específicas, sendo elas:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral;
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os

voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática;

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente;

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas;

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Neste contexto, as competências 1, 3, 4 e 5 requerem o desenvolvimento de habilidades específicas que tange o estudo de funções.

São várias as possibilidades de organização do currículo para atingir as propostas da BNCC de Matemática, sendo uma delas semelhante ao que ocorre a BNCC de Matemática para o Ensino Fundamental, onde divide-se por unidades, como por exemplo, Números e Álgebra, Geometria e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Sendo assim, o estudo de Funções torna-se uma parte significativa da unidade de Números e Álgebra. As habilidades requeridas para uma compreensão de tal conceito são:

EM13MAT101: Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT302: Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT106: Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

EM13MAT401: Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

EM13MAT402: Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

EM13MAT503: Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT507: Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

EM13MAT508: Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

EM13MAT301: Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT302: Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT304: Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

EM13MAT305: Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

EM13MAT306: Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

EM13MAT403: Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

EM13MAT404: Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT405: Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

EM13MAT406: Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

EM13MAT501: Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

EM13MAT510: Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

FUNÇÃO A PARTIR DE UMA PERSPECTIVA HISTÓRICA

Podemos inferir que algumas das principais dificuldades no processo de ensino-aprendizagem deste tema são às representações algébricas, as diferenças entre o conceito de equação e função, à interpretação de gráficos e tabelas. Muitas das vezes essas dificuldades são passadas para frente na vida acadêmica do aluno até chegar ao Ensino Superior, trazendo grandes prejuízos ao desenvolvimento técnico e tecnológico do Brasil.

Nesse sentido Rossini (2006, p. 337) afirma que os professores deveriam modificar suas práticas para o ensino de funções e deixar de lado o método tradicional, “não mais seguindo o roteiro padrão dos livros, que partem de uma definição, mas pela construção coletiva de uma organização matemática, levando em consideração as diferentes concepções desse conceito que surgiram ao longo de sua história”.

De acordo com Garbi (2006), ao longo da história o conceito de função pode ser dividido em três momentos, sendo: (i) a Antiguidade (4000 a.C ao séc. V), em que a noção de função aparece de forma intuitiva como dependência de valores; (ii) a Idade Média (séc. V ao séc. XV)

onde a mesma está ligada às representações mecânicas e geométricas; (iii) e na Idade Moderna (séc. XV ao séc. XVII) onde passa a ser representada por expressões analíticas.

Na Idade da Pedra (10000 a.C. a 4000 a.C.) os homens comercializavam entre si e para ter controle de seus rebanhos usavam objetos para a contagem (pedra, ossos, madeira, etc.); fazendo uso intuitivo da ideia de dependência, que está associada à noção de função, (Eves 2004). Para Boyer (1996), esse processo de contagem é explicado como uma correspondência de objetos. Por exemplo, um comerciante tem um rebanho de 10 ovelhas, associava cada animal a uma pedra, que era colocada dentro de um recipiente, e o mesmo ocorria quando eram soltos, só que ao invés de colocar, eram retiradas, e com isso poderia perceber se havia faltado ou não.

Newton (1642-1727) e Leibniz (1646 - 1716) tiveram grande importância para o estudo das funções. Leibniz introduz a palavra "função" para uma grandeza em relação a uma figura, não propôs um conceito à palavra, mas admitia as quantidades relacionadas.

No final do século XVII Johann Bernoulli (1667-1748) empregava o uso da palavra "função" as "quantidades formadas a partir de quantidades indeterminadas e constantes". Leonard Euler (1707-1793) a define como "uma expressão analítica composta de um modo qualquer dessa quantidade e de números, ou de quantidades constantes" (ROQUE, 2012, p. 299). O conceito de funções para chegar a esta definição que conhecemos atualmente nos livros didáticos da Educação Básica, foi necessária reformulações e contribuições de diversos matemáticos.

O termo variável só foi introduzido formalmente no século XIX, considerando-o como uma quantidade indeterminada, e uma constante como uma quantidade determinada, Euler reformulou a definição de funções como uma expressão analítica composta de um modo qualquer dessas quantidades constantes e variáveis (Roque, 2012). De acordo com Caraça (1951, p. 129): "Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve y = f(x). Se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido. A x chama-se variável independente, a y variável dependente".

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA CONSTRUÍDA

A matemática não é vista com bons olhos pelos aprendizes, um dos motivos dessa renúncia é consequência de um ensino deslocado da realidade cercado por formalizações, abstrações e ideias complexas que parecem para gênios ou pessoas dotadas por conhecimentos, aparentando estar desligada do dia-a-dia. Essas dificuldades poderiam ser reduzidas se fosse apresentada de forma ligada ao cotidiano do discente e aos fenômenos da natureza (RORATTO, 2007).

Nesse sentido, a sequência didática é pensada para uma aproximação maior dessa ciência com as situações cotidianas baseadas no contexto histórico, logo nas primeiras atividades trazemos situações problemas voltadas para o dia a dia desses sujeitos. A mesma é composta por 8 (oito) atividades investigativas, planejadas para a 1ª série do Ensino Médio com o conteúdo de função utilizando o contexto histórico. Vale ressaltar que trata-se apenas de uma sequência norteadora e que o ensino deve considerar os fatores étnicos dos estudantes.

Os recursos necessários para o desenvolvimento da mesma são: alguns textos motivacionais sobre o contexto histórico referente ao tema, lápis, borracha e papel A4. Sugerimos que a realização dessa sequência seja de 05 (cinco) a 06 (seis) aulas de 50 (cinquenta) minutos, sendo desenvolvida valorizando e respeitando o tempo de aprendizagem de cada um.

Tomamos como suporte a Base Nacional Comum Curricular. Conforme definido na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), a Base estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica.

Observando os tópicos relevantes para o ensino de Funções, temos como referência a relação de dependência entre duas grandezas. Como é sugerido nos PCN:

…[..] o estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática.(PCN+EM, 1999, p.121).

Ou seja, compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, ideias de domínio e de imagem, associando-as a representações gráficas e/ou algébrica (BNCC, 1º ano do EM).

Atividade 1(Interdisciplinaridade): O ciclo da água.

Objetivo: A expectativa é que sejam capazes de identificar que um processo depende do outro – O foco da atividade é o item (d), no qual os estudantes terão de destacar a relação de dependência

existente no fenômeno.

Tarefa 1: "O ciclo da água ou ciclo hidrológico é o permanente processo de transformação da água na natureza, passando de um estado para outro (líquido, sólido ou gasoso)." (https://www.todamateria.com.br/ciclo-da-agua/) Como o próprio nome nos faz pensar, é o movimento constante da água que ocorre todos os dias, em que a mesma é fundamental para a manutenção da vida no nosso planeta Terra. Diante disso, responda as perguntas a respeito do ciclo da água ilustrada abaixo.

a) O que aconteceria com o planeta terra, designado muitas vezes como planeta Azul, se houver uma extinção de água? Por quê?
b) Se, por algum motivo, o clima mudasse e passasse a fazer muito calor, o que aconteceria com cada um dos processos? Por quê?
c) Se as chuvas reduzir consideravelmente, o que acontecerá com o processo de evaporação? E com o de transpiração? Por quê?
d) Com base no enunciado e na figura, de que irá depender a quantidade de chuvas?
e) Existe algum outro fator externo, que não seja a quantidade de calor expresso nessa figura, que poderia interferir nesse processo? Cite alguns.

Habilidades esperadas: EM13MAT106

Atividade 2: Caminho para o Instituto Federal Goiano (IF Goiano)
Objetivo: Identificar as relações de dependência existentes.
Tarefa 2: Maria mora em Arraias-TO e estuda no IF Goiano situado aproximadamente a 2 Km depois da cidade de Campos Belos-GO. O horário de entrada é às 08:00 da manhã pontualmente (sem atraso), mas Maria passa por alguns obstáculos até chegar à instituição, sendo:

Estas duas cidades são ligadas por uma via expressa que sai do primeiro ponto às 07;00 da manhã (Arraias), entretanto, existem dois inconvenientes, demora-se 45 minutos até o ponto mais próximo da instituição; a partir daí uma caminhada de 2Km até o IF goiano. Esses 2 Km são percorridos tranquilamente das seguintes maneiras:

- 1º Uma caminhada de 15 a 20 minutos (sem chuva);
- 2º Uma caminhada de 20 a 25min (Com chuva);
- 3º Usando um moto táxi que gasta uns 10 a 15 minutos para chegar ate ela, e uns 5 min para chegar na instituição, (Sem chuva); e

- 4º Carona oferecida por algum colega, gastando uns 5 min ate a instituição.

Nas segundas, quartas e sextas-feiras, Maria vai de carona com sua colega, saindo as 07: 20 (Arraias), e gastando uns 30 minutos ate a instituição (sem chuva); mas o caos toma conta quando chove fazendo com que a motorista perca 40 min no trânsito (ou seja, 40 minutos ate a instituição).

OBS: Nas segundas e sextas-feiras o tráfego é intenso, gastando uns 10 minutos a mais que o normal (de carro).

O critério para escolha deve ser o de menor tempo, uma vez que o(a) acadêmico é um executivo com muitos compromissos. Baseado no texto descritivo ajude a Maria descobrir quanto tempo vai gastar e quantas horas vai chegar à Instituição situada em Campos Belos-GO nos seguintes dias:
a) Quarta-feira com chuva e Terça-feira com sol;
b) Quinta-feira com sol e Quinta-feira com chuva
c) O que explica o fato de se levar menos tempo para ir á faculdade na quinta-feira com chuva do que com sol?
d) Baseando-se nas informações do texto, de quais fatores a acadêmica depende para chegar a sua instituição?
e) Existem outros fatores, diferentes dos considerados pelo texto que a acadêmica poderia depender para chegar no horário em sua instituição? Cite alguns.

Atividade 3:O valor da corrida do táxi-Relação de dependência.
Objetivo: Identificar relações de dependências entre os preços a ser pago por uma corrida de táxi, e favorecer a fixação dos conceitos apreendidos.
Tarefa: Um taxista da cidade de Campos Belos-GO cobra por seus serviços uma taxa fixa pela solicitação do táxi (Chamada bandeirada), mais um valor por km rodado. O valor da bandeirada é estipulado dependendo a hora do dia em que o táxi é chamado. Na tabela abaixo, percebe-se alguns valores a serem pagos pelos clientes que utilizam o serviço em horário de bandeirada comum e de bandeirada especial:

Km rodados	Valor com Bandeira comum	Valor com Bandeira especial
0	R$ 2,50	?
1	R$ 3,50	R$ 4,80
2	R$ 4,50	?
3	?	?
4	?	R$ 7,80
5	R$ 7,50	?

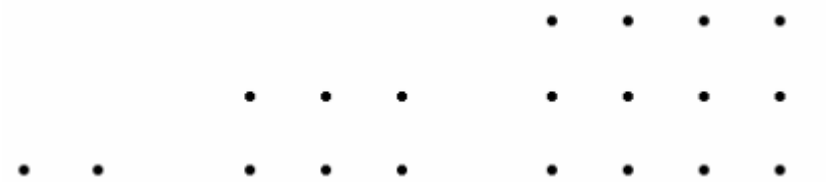
Complete a tabela e responda as questões abaixo:
a) Quanto custa a bandeirada comum? E a bandeira especial?
b)Quanto gastaria uma pessoa ao andar 4 km em bandeirada comum? E em Bandeira especial?

c) Quanto gastaria uma pessoa ao andar 3 km em bandeirada especial? E em bandeira comum?
d) Do que depende o valor total a ser pago por uma corrida de táxi?
e) O que se pode dizer a respeito da variação dos preços na bandeirada comum? E da bandeirada especial?

Habilidade esperada: EM13MAT507

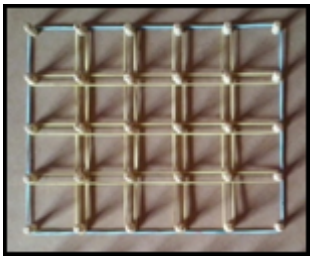
Atividade 4: Sequência- regras de formação.
Objetivo: Introduzir a noção de termos e lei de formação de uma sequência.
Tarefa 4.1: Preencha o próximo termo das sequências abaixo e justifique o porquê da sua escolha:
a) 2, 4, 6, 8,...
b) 4, 3, 2, 1,...
c) 1, 3, 5, 7,...
d) -1, -2, -3, -4,...
e) -3, -6, -12, -24,...

Objetivo: Introduzir o conceito de variável.
Tarefa 4.2: Observe a sequência: (retirado de Souza e Diniz, 1994).



a) Qual a próxima figura dessa sequência? Desenhe.
b) Como cada figura se transforma na seguinte?
c) Quantos pontos tem a 6ª figura?
d) Qual a 10ª figura? Ela tem quantos pontos?
e) Quantos pontos tem uma figura numa posição genérica?

Objetivo: Fixação do conceito de variável (Adaptado de LIMA,2018)
Tarefa 4.3:O retângulo a seguir foi construído em um Geoplano; considerando todos os segmentos dos quadradinhos (figura II) com 1 cm de lado. Logo a área de cada quadradinho equivale a 1cm².

I. II. 

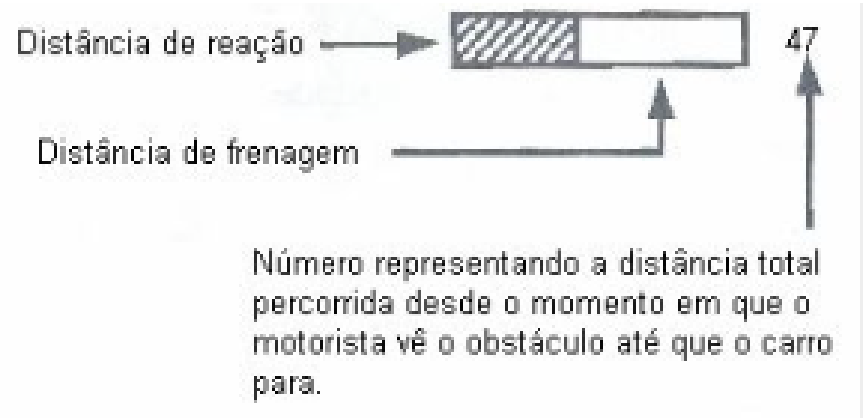
Obs: Podemos perceber que o retângulo possui 5 cm de comprimento e 4 cm de largura.

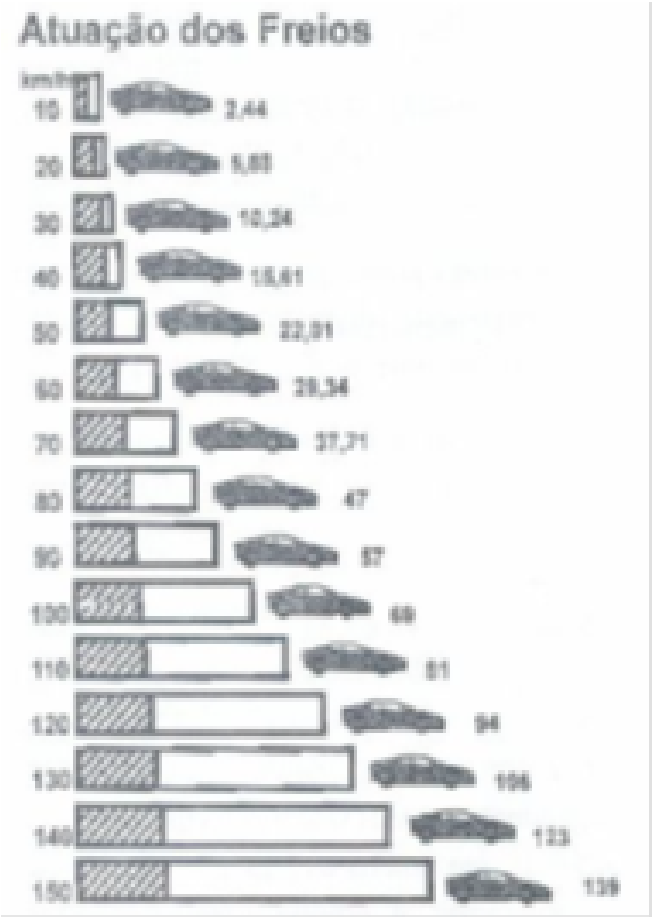
De acordo com as informações acima responda:

a) Esse retângulo é formado por quantos quadradinhos?
b) Se cada quadradinho mede 1 cm², então esse retângulo tem quantos cm²?
c) Então podemos dizer que a área do retângulo é igual a?
d) Nomeie o comprimento por **m** e a altura por **n**. Quanto que é (m.n)?
e) O que você pôde observar? Qual a fórmula geral?

Habilidade esperada: EM13MAT106

Atividade 5: **Frenagem de um veículo (Adaptado de Tinoco, 2002).**
Objetivo: Diferenciar uma variável dependente e independente
Tarefa 5: Um motorista, a certa velocidade, vê um obstáculo na estrada. Leva algum tempo até que ele pise no freio (tempo de reação) e mais outro intervalo de tempo até que o carro pare (tempo de frenagem). Nesse espaço de tempo o carro percorre certas distâncias:
- Distância de reação: é a distância percorrida do instante em que se vê o obstáculo até o instante em que se pisa no freio.
- Distância de frenagem: é a distância percorrida enquanto está freando.
No gráfico, ao lado do cada velocidade estão representadas:





Observando o gráfico, responda:

a) Que grandezas este gráfico relaciona?

b) Se um carro está a 120 km/h, quantos metros ele percorre até parar?

c) Quais as barrinhas que aumentam mais: as listradas ou as brancas?

d) Observando as velocidades de 80 km/h e 90 km/h, o que se pode dizer sobre distâncias de reação e de frenagem?

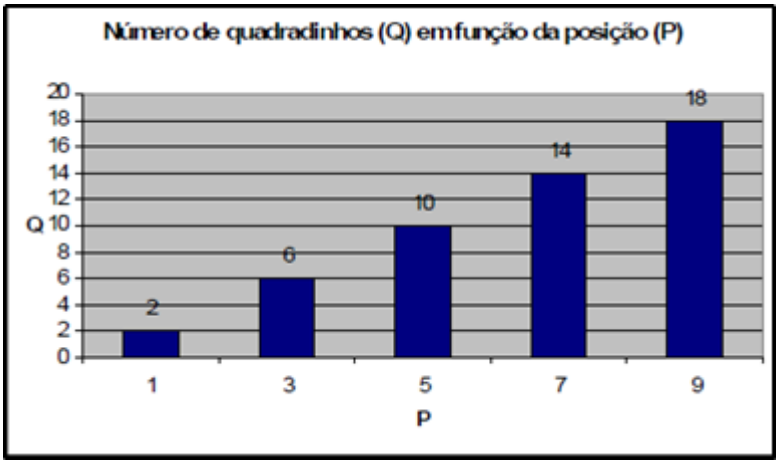
e) No gráfico, qual a variável dependente? E qual a variável independente? Justifique.

Habilidades esperadas: EM13MAT406; EM13MAT501 e EM13MAT101.

Atividade 6 -Representações de gráficos.

Objetivo: Identificar as variáveis

Tarefa 6: Observe o gráfico abaixo e responda às seguintes perguntas:



a) Que grandezas o gráfico relaciona? Qual a variável dependente? E a independente?
b) Qual seria o número de quadradinhos na posição 6? E na posição 8?
c) Podemos ter certeza de que esse é realmente o número de quadradinhos nessas posições? Por quê?
d) O que há de diferente neste gráfico para termos certeza da quantidade de quadradinhos?
e) O que você entende pela expressão "em função da" encontrado no título do gráfico?

Habilidades esperadas: EM13MAT301; EM13MAT302; EM13MAT405; EM13MAT406 e EM13MAT510.

Atividade 7–Representação em linguagem matemática
Objetivo: Atingir a representação analítica de uma Função e alcançar a formalização desse conceito.
Tarefa 7.1: Escreva na linguagem matemática. (retirado de Chaves e Carvalho, 2004):
a) Quando João nasceu, Téo tinha 3 anos. Escreva a idade de João (J) em função da idade de Téo (T).
b) Preço (P) a pagar em função da quantidade de litros (l) de gasolina se for comprada a R$ 2,40 o litro.
c) Um retângulo tem comprimento *c*, largura *b* e perímetro 20. Determine a expressão que dá o valor de *c* em função de *b*.
d) O preço (P) a pagar por uma mercadoria (x) que teve 12% de desconto.
e) O que se pode afirmar diante a tais situações?

Tarefa 7.2: "Uma notação bastante usual no estudo de funções é a $f(x)$ para representar as variáveis dependentes. Ela quer dizer que a cada valor x das variáveis independentes, haverá um único valor $f(x)$ correspondente". Um determinado fenômeno pode ser representado pela função $f(x) = 2x - 1$. Com base na função, responda:

a) Se a variável independente x for igual a 2, quanto valerá a variável dependente?
b) Quanto vale $f(3)$?
c) Calcule $f(-5)$
d) Calcule $f(1.5)$
e) Para qual valor de x teremos $f(x) = 9$?
f) Para qual valor de x teremos $f(x)=0$?

g) Desenhe o gráfico.

Habilidade esperada: EM13MAT405.

Atividade 8–Representação em linguagem matemática
Objetivo: Atingir o auge da sua generalização, mediante a abstração.
Tarefa 8.1: A função f(x)= Escolha sua função representa um determinado fenômeno. Com base nela, responda:
a) Quanto vale *f(*1*)*?
b) Quanto vale *f(*3*)*?
c) Quanto vale *f(*2*)*?
d) Para qual(is) valor(es) de *x* temos *f(x)* = ?
e) É possível calcular *f(*-1*)*? Por quê?

Objetivo: Socialização do conteúdo
Tarefa 8.2: Escolha do professor

Tabela 1. Sequência histórica do desenvolvimento das Funções

Conceito	Época aprox.	Expoente
Relações de dependência qualitativas	sem estimativa	-
Quadros explicativos (Tabelas)	sem estimativa	Civilização Babilônica
Interpretações quantitativas	580 a.C.	Escola Pitagórica
Variáveis	Séc. XI	Sociedade Grega
Representações Gráficas	Séc. XIV	Nicole Oresme
Linguagem algébrica	Séc. XVI	François Viéte
Representação analítica	Séc. XVII	Fermat e Descartes
Introdução do termo "Função"	Séc. XVII	Leibinitz
Notação *f(x)*	Séc. XVIII	Euller
Definição utilizada atualmente	Séc. XIX	Dirichlet

Fonte: Cauê Roratto (2009)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio da pesquisa notamos que o conceito de funções por meio de uma abordagem histórica é uma metodologia pouco aplicada nas salas de aula, mas vem ganhando espaço com o passar dos anos.

Incorporar a história da matemática ao ensino de funções aproxima à realidade dos mesmos, facilitando o ensino e possibilitando uma aprendizagem significativa sem memorização. É

interessante que os discentes compreendam o porquê da perspectiva histórica do conceito; pois quando referimos à matemática, nada é dado como pronto e acabado, pois o conhecimento é construído no decorrer do tempo em resposta às necessidades do ser humano. E assim assimilar como ideias aparentemente simples, que foram aprimoradas, e levando-os às definições que temos atualmente.

Contudo, as situações didáticas fazendo uso da história do conceito de função, traz grandes contribuições para o ensino e a aprendizagem da matemática, instigando a curiosidade por meio de situações, desenvolvendo seu pensamento crítico e propondo um conhecimento interdisciplinar. Mais importante que a metodologia utilizada é o significado da situação.

Vale ressaltar que não estamos defendendo a história da matemática como única e/ ou ideal estratégia para se atingir uma aprendizagem significativa descrita na Teoria de David Ausubel; trazemos aqui apenas um referencial que aproxima a esse objetivo, logo estimulamos maiores pesquisas nesse aspecto, até mesmo o alcance a outras estratégias que propiciem e facilitem o ensino e a aprendizagem do conteúdo de funções.

REFERÊNCIAS

Ausubel, D. P. Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. (2003); Tradução de Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

LEAL, C.A., Rôcas G., **Brincando em sala de aula: uso de jogos cooperativos**, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, PROPEC, Campus Nilópolis http://www.ifrj.edu.br/webfm_send/5416, acessado em Setembro de 2019. MORAN, J. M., O vídeo na sala de aula. Comunicação e educação. São Paulo, v.1, n.2, p. 27-35, Jan./abr. 1995.

LEFRANÇOIS, G. R. **Teorias da aprendizagem**. 5. Ed. Trad. Vera Magyar. Ver. José F. B. Lomônaco. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

LOPES, Lidiane Schimitz e FERREIRA, André Luis Andrejew. **Um olhar sobre a história nas aulas de matemática.** Revista Abakós. Belo Horizonte (MG): Ed. PUC Minas, 2013.

OLIVEIRA, J. S. B.; ALVES, A. X.; NEVES, S. S. M. **História da Matemática: contribuições e descobertas para o ensino-aprendizagem de matemática**. Belém: SBEM, 2008.

MASINI, E. F. S., MOREIRA, M. A. (col.). **Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos**. São Paulo: Vetor, 2008.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade.** 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

Moreira, M. A. **A Teoria da Aprendizagem Significativa e sua implementação em sala de aula.** Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2006b.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.