INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA GOIANO CAMPUS URUTAÍ

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GLENDA MARIA DA SILVA

TRILHA DAS EQUAÇÕES: A LINGUAGEM ALGÉBRICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

URUTAÍ – GO

2021

GLENDA MARIA DA SILVA

TRILHA DAS EQUAÇÕES: A LINGUAGEM ALGÉBRICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal Goiano Campus Urutaí como requisito para obtenção do título de graduação em Licenciatura em Matemática

Orientadora:

Profª. Ma.: Agda Lovato Teixeira

URUTAÍ – GO

2021

Sistema desenvolvido pelo ICMC/USP
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas - Instituto Federal Goiano

S586 Silva, Glenda Maria da

Trilha das equações: A linguagem algébrica nas aulas de matemática /Glenda Maria da Silva; orientadora Agda Lovato Teixeira. -- Urutaí, 2021.

40 p.

Monografia (em Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal Goiano, Campus Urutaí, 2021.

1. Álgebra. 2. Pensamento algébrico. 3. Jogos e Materiais Concretos. 4. Expressões. I. Teixeira, Agda Lovato, orient. II. Título.

Responsável: Johnathan Pereira Alves Diniz - Bibliotecário-Documentalista CRB-1 n°2376

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA GOIANO

Ata nº 6/2021 - DEXT-UR/CMPURT/IFGOIANO

GLENDA MARIA DA SILVA

A TRILHA DAS EQUAÇÕES: A LINGUAGEM ALGÉBRICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Monografia aprovada em 13 de Agosto de 2021 como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática, pelo Instituto Federal Goiano - campus Urutaí, tendo sido aprovada pela banca de professores:

(Assinado Eletronicamente)
Agda Lovato Teixeira
Orientador(a)

(Assinado Eletronicamente)
Eliane Fonseca Campos Mota
Membro

(Assinado Eletronicamente)
Jussana Maria Tavares
Membro

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR PRODUÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS NO REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DO IF GOIANO

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Institucional do IF Goiano (RIIF Goiano), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IF Goiano.

Identificação da Produção Técnico-Científica

[ ] Tese
[ ] Dissertação
[ ] Monografia – Especialização
[X] TCC - Graduação
[ ] Produto Técnico e Educacional - Tipo:___________________________________
[ ] Artigo Científico
[ ] Capítulo de Livro
[ ] Livro
[ ] Trabalho Apresentado em Evento

Nome Completo do Autor: Glenda Maria da Silva
Matrícula: 2016101221230073
Título do Trabalho: Trilha das equações: A linguagem algébrica nas aulas de matemática

Restrições de Acesso ao Documento

Documento confidencial: [X] Não [ ] Sim, justifique: _______________________
____

Informe a data que poderá ser disponibilizado no RIIF Goiano: __/__/__
O documento está sujeito a registro de patente? [ ] Sim [X] Não
O documento pode vir a ser publicado como livro? [ ] Sim [X] Não

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

1. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
2. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
3. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano.

Urutaí – GO, 29/10/2021.
Local Data

Glenda Maria da Silva

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

Ciente e de acordo:

Assinatura do(a) orientador(a)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a **Deus** que me deu forças, sabedoria e paciência para chegar até aqui, e por todas as vitórias em minha vida. À **Nossa Senhora da Aparecida** que me protegeu, e que em todas minhas falhas não me deixou desistir do meu futuro.

Aos meus exemplos de vida, **meus pais e irmão**, que sempre me apoiaram em todas as minhas escolhas e pela ajuda que sempre puderam dar.

Aos **meus amigos** que a vida me deu, em especial agradeço a Eduarda, colega e amiga, dentro e fora da faculdade. Desde o começo e até hoje me incentiva e me dá apoio em minhas decisões. Juntas sempre tínhamos forças para seguir em frente com tudo o que passamos. Obrigada!

A minha querida **orientadora** Agda, por ter muita paciência e dedicação para que eu finalizasse esta etapa em minha vida. Obrigada!

E agradeço as pessoas que acreditaram em mim nesta caminhada.

Muito obrigada!!!

RESUMO

O presente trabalho caracteriza como um relato de experiência sobre a utilização de jogos matemáticos no ensino da álgebra no 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola situada no município de Ipameri-GO. Busca levar os alunos ao aprendizado de conceitos algébricos; a interpretar a incógnita como ente que pode assumir valores específicos e utilizá-la para formular expressões. O pensar matemático e a utilização da linguagem algébrica muitas vezes não são desenvolvidos devidamente nas salas de aulas de matemática. Os objetivos deste trabalho é investigar como o uso de jogos matemáticos pode contribuir para o aprendizado do pensamento algébrico no 9º ano do Ensino fundamental, bem como, apresentar o jogo Trilha das Equações, baseado na aprendizagem significativa para o estudo de expressões algébricas, de forma a levar os alunos a aprender de maneira lúdica e prazerosa, melhorando o aprendizado de cada um. A partir dos dados obtidos, conclui-se a utilização de recursos didáticos como o jogo a Trilha das Equações e os materiais concretos é fundamental, e contribui significamente para o desenvolvimento e aprendizagem dos alunos, pois através da participação nessas atividades eles interagem uns com os outros, o que contribui para o desenvolvimento de suas capacidades representativas. Após o término da intervenção, tivemos como resultado que o uso de jogos matemáticos e materiais concretos poder propiciar aos alunos momentos descontraídos e envolventes, ajudando a melhorar a qualidade de ensino e a desenvolver o pensamento algébrico, além de influenciar positivamente como incentivo mostrando que a Matemática é uma disciplina interessante e que se pode aprendê-la.

Palavras-chave: Álgebra, Pensamento algébrico, Jogos e Materiais Concretos, Expressões.

ABSTRACT

The present work characterizes as an experience report on the use of mathematical games in the teaching of algebra in the 9th year of Elementary School, in a school located in the city of Ipameri-GO. Seeks to lead students to learn algebraic concepts; to interpret the unknown as an entity that can assume specific values and use it to formulate expressions. Mathematical thinking and the use of algebraic language are often not properly developed in mathematics classrooms. The objectives of this work are to investigate how the use of mathematical games can contribute to the learning of algebraic thinking in the 9th grade of elementary school, as well as to present the game Trilha das Equações, based on significant learning for the study of algebraic expressions, in a way to lead students to learn in a playful and pleasurable way, improving each one's learning. From the data obtained, it is concluded that the use of didactic resources such as the Trilha das Equações game and the concrete materials is fundamental, and contributes significantly to the development and learning of students, because through participation in these activities they interact with each other. others, which contributes to the development of their representative capacities. After the end of the intervention, we had the result that the use of mathematical games and concrete materials could provide students with relaxed and engaging moments, helping to improve the quality of teaching and develop algebraic thinking, in addition to positively influencing as an incentive, showing that Mathematics is an interesting subject and you can learn it.

Keywords: Algebra, Algebraic Thought, Games and Concrete Materials, Expressions.

Sumário

Lista de figuras

Introdução

A realidade na sala de aula reflete que os alunos, apresentam dificuldades para apreenderem e aplicarem o pensamento generalizado, no presente trabalho de conclusão de curso, a intencionalidade é investigar como o uso de jogos matemáticos pode contribuir para o aprendizado do pensamento algébrico, apresentar o jogo a Trilha das equações e levar os alunos a aprender de maneira lúdica, melhorando o aprendizado.

A Álgebra é uma área da Matemática importante. Sua abordagem em sala de aula traz conhecimentos processuais, uma vez que contribui para que o aluno desenvolva sua capacidade de resolver problemas, pelo exercício de sua capacidade de generalização dos problemas propostos.

Quando cursamos o curso de Licenciatura em Matemática houve um despertar para o interesse em pesquisar sobre o ensino da Álgebra, pois no decorrer das aulas na faculdade surgiam inúmeras dificuldades em relação a linguagem algébrica utilizada pelos professores acarretando problema de generalização. Acreditamos que os professores, ao compreenderem e utilizarem o jogo como um recurso privilegiado de sua intenção educativa, inclusive nas aulas de Matemática, motivarão os alunos a aprenderem de forma lúdica.

Para que isso aconteça, o professor precisa construir novas metodologias de ensino, aproveitando de todo e qualquer recurso tecnológico em suas aulas. Assim, entendemos que é pedagogicamente indicado propor situações que propiciem aos estudantes a possibilidade de pensar sobre noções algébricas, através do uso de jogos e materiais concretos.

O presente trabalho caracteriza-se como relato de experiência, desenvolvido na turma do nono ano na Escola Municipal Godofredo Perfeito, localizada no município de Ipameri-GO, onde atende alunos no período matutino e vespertino, do 6º ao 9º do Ensino Fundamental. Este método é apropriado para investigações de pequena escala com recursos limitados em material e pessoas (DUARTE, 2008, p. 11).

Para alcançarmos nossos objetivos, desenvolvemos uma oficina pedagógica com as turmas do 9º ano, a fim de possibilitar aos alunos uma nova perspectiva de aprendizagem, além de uma aproximação com o conteúdo, estimulando seu interesse e auxiliando a sua aprendizagem de uma forma geral.

Percebemos uma grande dificuldade por parte dos alunos do 9º ano por não conseguirem resolver as equações do 2º grau utilizando a fórmula de Bhaskara, na condição única de que teriam que resolver as equações a partir da fórmula. Neste trabalho, apresentaremos o jogo a Trilha das Equações, ao qual foi aplicada no Estágio Supervisionado do Programa Residência Pedagógica no curso de Licenciatura em Matemática. Este jogo pode ser utilizado para introduzir o assunto de Equações do segundo grau ou até mesmo ser adaptado para outras séries, tendo como objetivo fixar os conceitos básicos necessários para uma melhor compreensão do assunto, e também deixar o aluno mais participativo proporcionando um entendimento acerca do conteúdo.

O trabalho está dividido, no surgimento e história da álgebra, em que relata a necessidade que a álgebra é interpretada de forma ampla em relação ao seu surgimento, fornecendo recursos para descrever e analisar relações em vários contextos matemáticos. Os símbolos utilizados na álgebra, em que, não é simplesmente conhecê-los para que o aluno compreenda, mas sim a leitura e o estudo da matéria para poder aprender. Descreve também sobre o papiro Rhind, onde ele é considerado uma das principais fontes para o estudo da Matemática. Neste capítulo notamos que a álgebra faz parte do desenvolvimento humano e com isso ela é parte essencial no ensino de Matemática nos níveis Fundamental e Médio.

No segundo capítulo, o Ensino da Álgebra no Brasil tem um objetivo muito importante que é desenvolver o pensamento algébrico nos alunos, através de problemas e situações que a envolve, em um conjunto particular de exemplos como, a Aritmética Generalizada, o Pensamento Funcional, a Modelação e a Generalização sobre sistemas matemáticas. Relata também sobre o Movimento da Matemática Moderna em que marcou a educação no Brasil durante 10 anos. E sobre a Álgebra na Prova Brasil, em que são avaliações aplicadas em escolas públicas havendo a comparação de ensino em cada uma delas.

E por último no terceiro capítulo, sobre a experiência vivenciada pela a autora na prática com o ensino da Álgebra, em que ocorreu uma ação de extrema importância na preparação para a Prova Brasil, as dificuldades encontradas no decorrer desta aplicação e a realização de um jogo matemático lúdico. Com isso, ele relata como o uso de jogos matemáticos pode contribuir para o aprendizado da linguagem algébrica nas aulas de matemática.

Capítulo 1 – Surgimento e história da Álgebra

Primeiramente é necessário conceituar a palavra álgebra, na qual é latina da palavra árabe *al-jabr*, e que de acordo com Baumgart (1992, p. 112), significa:

> "Ciência da restauração e redução" em que caracteriza por seus métodos, associados ao uso de letra e expressões literais em que se realiza as operações. A palavra álgebra veio através dos escritos em árabe, pelo árabe Mohammed, publicado no livro *"Al-jabr w'al Muqabalah",* escrito em Bagdá por volta do ano 825. Considerado o Pai da Álgebra, foi um matemático e astrônomo que viveu no século IX, e que queria fazer entender que é possível resolver equações (reunir o x) trabalhando nos dois lados da igualdade (=) que as caracteriza. Pode-se dizer que para a matemática ela tem o significado de "ciência da transposição e cancelamento" ou "transposição de termos subtraídos para o outro membro da equação" como também, "cancelamento de termos semelhantes em membros opostos da equação" ou "a ciência das equações".

A Álgebra surge para sanar as dificuldades na resolução de problemas algébricos, segundo Souza:

> Seu estudo teve início por volta do ano 400 d.C. com estudioso Diofanto de Alexandria, considerado por alguns o "Pai da Álgebra" por ser o primeiro a usar símbolos na resolução visando tornar mais fácil a escrita e o desenvolvimento de cálculos matemáticos (SOUZA, 2011, p.01).

É necessário que a Álgebra seja interpretada de forma ampla em relação ao seu surgimento, fornecendo recursos para descrever e analisar relações em vários contextos matemáticos.

Segundo Boyer (1974), na Babilônia foi onde surgiu a Álgebra e que se caracterizava pela verbalização dos problemas, e um método também usado pelos gregos, mas aplicado à geometria.

Baumgart (1992), fez uma análise filosófica em relação a origem da Álgebra, os árabes marroquinos introduziram a palavra algebrista com a conotação de ser um restaurador, que significa um consertador de ossos quebrados, junto com os serviços adicionais ofertados em barbearias, fazendo com que o barbeiro local fosse conhecido como algebrista. Segundo o autor, a palavra álgebra tem o mesmo significado muito mais amplo, sendo que ele especifica sua definição em dois tipos de álgebra:

- Álgebra antiga (elementar): estudo das equações e métodos de resolvê-las.

- Álgebra moderna (abstrata): estudo das estruturas matemáticas tais como grupos, anéis e corpos.

De fato, é conveniente traçar o desenvolvimento da Álgebra em termos desses dois tipos, uma vez que a divisão é tanto cronológica como conceitual. Torna-se um conhecimento da história pode tornar claro, pode-se considerar uma determinada estrutura e não outra, um determinado conjunto de axiomas e não outro, em que a história não foi linear, nem simples, no que os matemáticos levaram muito tempo para compreender a importância de um conceito e para admitir como válido (MILIES, 2012).

A Álgebra foi aplicada de várias maneiras, por exemplo na álgebra egípcia faltavam métodos sofisticados e variedade de equações. Na "álgebra babilônica, observa-se que eles eram capazes de resolver uma variedade surpreendente de equações, inclusive certos tipos especiais de cúbicos e quárticas – todas com coeficiente numéricos", com isso já na álgebra grega havia "dificuldade conceituais com frações e números irracionais" (BAUMGART, 1992).

Em particular, a história da Álgebra nos revela que a linguagem passou por grandes estágios, de uma linguagem natural, corrente, até chegar à forma em que a conhecemos hoje em dia.

A linguagem algébrica deu-se em virtude de atender as necessidades em que o ser humano enfrenta, em que a aritmética não era mais suficiente para a resolução de problemas do cotidiano. Deste modo, "o desenvolvimento da notação algébrica evoluiu ao longo de três estágios: o retórico, o sincopado e o simbólico" (BAUMGART, 1992).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), apontam o primeiro estágio da linguagem algébrica como "*retórico*". O pensamento algébrico era apresentado por meio da linguagem natural, completamente verbal e escrito por meio de palavras. Araújo (2008) afirma que se buscarmos na história, este estágio pode ser encontrado no ano 2000 a.C., época em que o povo egípcio superou o número natural.

O segundo estágio da linguagem algébrica é nomeado de "*sincopado*", onde o pensamento algébrico deixa de ser expresso por meio de palavras e passa a ser adotadas abreviações e letras para representar, como as quantidades desconhecidas. As abreviações e letras ocorreram após séculos, segundo Araújo (2008).

O terceiro e último estágio da linguagem é denominado como “*simbólico*”, em que o poder de síntese das expressões é transmitido pelos símbolos. Pela primeira vez, o matemático François Viète (1540 – 1603) usa os símbolos para representar quantidades desconhecidas. Ele também utilizava “vogais para representar uma quantidade supostamente desconhecida ou indeterminada (variável), e consoantes para representar números supostamente conhecidos (parâmetros) ” (ARAÚJO, 2008, p. 341).

Por fim, o surgimento da Álgebra veio para solucionar os problemas do nosso cotidiano, aqueles que necessitam de representações gerais em que têm valores desconhecidos.

1.1- Símbolos utilizadas na Álgebra

Desde o princípio, os símbolos matemáticos não existiram e foram utilizados como hoje o são, com o passar dos anos eles tiveram transformações e um dos maiores contribuintes para a simbologia foi Euler (1707 – 1783).

O suíço Leonhard Euler nasceu na Babilônia no dia 15 de abril de 1707, com apenas um ano de idade mudou-se juntamente com a família para a cidade de Riehen, onde passou grande parte de sua infância. Ele também foi um importante matemático e cientista suíço considerado um dos maiores estudiosos da matemática. Em 1727 foi convidado pela imperatriz Catarina para se tornar membro da Academia de Ciências de São Petersburgo, em seguida aceitou um convite para chefiar a seção de matemática da Universidade de Berlim, onde permaneceu durante 25 anos. Desde 1735 foi cego da vista e faleceu aos setenta e seis anos de idade no dia 18 de setembro de 1783 em São Petersburgo. Ele contribuiu com as notações de funções ($f(x)$), somatório (Σ), base dos logaritmos naturais (e), e unidade imaginária (i).

As modificações e o desenvolvimento da Álgebra, não é difícil entender que ainda hoje existem algumas diferenças entre as notações, Baumgart (1992, p. 3) diz:

> É importante notar que, mesmo hoje, não há total uniformidade no uso de símbolos. Por exemplo, os americanos escrevem “3.1416” como aproximação de “π”, e muitos europeus escrevem “3,1416”. O símbolo “=” é usado às vezes para “aproxima-se de um limite” e às vezes para “é aproximadamente igual a”. Em alguns países europeus “÷” significa “menos”.

Segundo Machado (1992, p. 12), “os símbolos que constituem a linguagem Matemática estão articulados diretamente com seus significados como ocorre na linguagem ideográfica”. É importante a compreensão da Matemática como se ela tivesse uma linguagem própria, de modo que nós pudéssemos falar, ler e comunicar em outra língua. Assim como não há um conjunto primário que forma a linguagem Matemática, o entendimento dos símbolos é essencial para a compreensão do conteúdo de Matemática, pois o aluno entenderá a linguagem e a disciplina fará sentido para ele. “O aluno precisa estar ciente do significado de cada símbolo e o que ele representa em cada situação”, diz Lorí Viali (2007, p. 12).

Baumgart (1992, p. 12), explica q o início do simbolismo se encontra, em *História da Álgebra*:

> A álgebra que entrou na Europa (via *Liber abaci* de Fibonacci e traduções) havia regredido tanto em estilo como em conteúdo. O semi-simbolismo (sincopado) de Diofanto e Brahmagupta e suas realizações relativamente avançadas não estavam destinados a contribuir para uma eventual irrupção da álgebra.
>
> A renascença e o rápido florescimento da álgebra na Europa foram devidos aos seguintes fatores:
>
> - Facilidade de manipular trabalhos numéricos através do sistema de numeração indo-arábico, muito superior aos sistemas (tais como o romano) que requerem o uso do ábaco;
> - Invenção da imprensa com tipo móvel (c. 1450), que acelerou a padronização do simbolismo mediante a melhoria das comunicações, baseada em ampla distribuição;
> - Ressurgimento da economia, sustentando a atividade intelectual; e a retomada do comércio e viagens, facilitando o intercâmbio de ideias tanto quanto de bens.
>
> Cidade comercialmente fortes surgiram primeiro na Itália (1200-1300) e foi lá que o renascimento algébrico na Europa efetivamente teve início.

No entanto, o simbolismo algébrico sofreu muitas mudanças e não foi facilmente aceito. Embora que existem histórias sobre a invenção dos símbolos, não é simples saber quem e quando eles foram inventados, Baumgart (1992, p. 13) comenta que:

> Saber quem inventou um determinado símbolo é uma questão que exige pesquisa minuciosa. Muitas vezes é impossível chegar a uma conclusão segura. Dois símbolos e seus inventores serão mencionados de passagem:

- O sinal == introduzido por Robert Recorde no seu *The Whetstone of witte* (1557).

(Ele usava este símbolo por entender que não havia coisas tão iguais quanto duas retas paralelas.)

- O símbolo √, possivelmente uma alteração de *r* de *radix* (raiz) introduzido por Christoff Rudolff em seu livro de álgebra *Die coss*.

Para Imenes e Lellis (1998, p. 12 *apud* Lorí Viali), "os símbolos são sinais gráficos que representam uma ideia Matemática", é preciso a compreensão de entender a linguagem formada por símbolos por serem elementos de comunicação e sinais gráficos que representam uma ideia Matemática.

O homem contemporâneo não costuma questionar como e nem quando os símbolos matemáticos começaram a ser utilizados, de onde surgiram e com que finalidade são usados e também quem os inventou. Não há a curiosidade em saber o momento histórico em que a sociedade estava passando naquela época e no que um determinado matemático começou a usar tal símbolo. Por esse motivo é importante e necessário o estudo da história dos símbolos, observando a origem, a criação e o significado dos mesmos (VASCONCELOS; SARMENTO, 2011).

No entanto, a Matemática é caracterizada pelo rigor de linguagem, mas o que não fortalece a ideia é porque esse rigor seja o mesmo que dificuldade. Não é simplesmente conhecer os símbolos e suas origens para a sua compreensão. A notação Matemática não é a Matemática verdadeiramente dita, assim, é necessária a leitura e o estudo da matéria para poder aprender.

1.2- O papiro matemático *Rhind*

Desde os tempos remotos o homem pintou, escreveu e desenhou sobre pedras, ossos, placas de argila, cascas de árvores entre outros. Em 2200 a.C. os egípcios descobriram uma planta às margens do rio Nilo, em que haviam fibras unidas em tiras resistentes que serviam para a escrita hieroglífica. A palavra "papiro" vem do latim, e significa "papel".

Como o valor do papiro era alto naquela época, os persas de Pérgamo, passaram a substituir o “papel” pelo “pergaminho” e pelo “velino”, onde se era obtido das peles dos animais ainda jovens e que eram muito flexíveis e resistentes.

Dois tipos de papiros estão relacionados à Matemática egípcia antiga, o chamado *papyro Golonishev* ou de Moscou, datado no ano de 1850 a.C., em que se encontra um texto matemático que contém 25 problemas e outro chamado *papyro Rhind* datado no ano de 1650 a.C., onde encontramos também um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas copiado em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo. O papiro *Rhind* também é conhecido por *papyro Ahmes* (BOYER, 2001), cuja denominação deve ser compreendida como homenagem ao escriba copista.

O *papiro Rhind* representa os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o emprego da regra da falsa posição, o uso das frações unitárias e várias outras aplicações da Matemática a problemas práticos. Já o sistema de numeração utilizado pelos egípcios era o sistema de agrupamento simples com base 10. Ele é considerado uma das principais fontes para o estudo da Matemática. Essa afirmação é verificável na historiografia relativa à antiga matemática egípcia.

Este papiro foi descoberto em meados do século XIX, nas ruínas de uma construção perto do templo de Ramsés II, na antiga cidade de Tebas, no Egito. E dois anos após a morte de seu proprietário em 1863, o papiro *Rhind* foi vendido para o Museu Britânico em Londres, e somente em 1898 ocorreu sua divulgação oficial, o então conhecido papiro Rhind.

Neste trabalho notamos que a Álgebra faz parte do desenvolvimento humano, e surgiu inicialmente para resolver problemas e necessidades práticas, que se encontra bastante presente no nosso cotidiano de várias formas. E com isso, ela é parte essencial no ensino de Matemática nos níveis Fundamental e Médio. Os símbolos matemáticos são muito relevantes no aprendizado do aluno, em que estudar a história da Álgebra e seus símbolos é compreender os fatores socioeconômicos, políticos e culturais, mas, não basta somente conhecer e saber suas origens para que o aluno compreenda, é necessário saber a notação Matemática dos símbolos para melhor entender a matéria.

Capítulo 2 - Educação nas aulas de Matemática

Como foi dito no primeiro capítulo deste trabalho, é necessário conhecer a História da Matemática, com sua simbologia e seu contexto, explorando seu contexto e fatos que foram fundamentais para sistematização da álgebra como conhecemos hoje, os conhecimentos produzidos pelos matemáticos foi um fator resultante de estudos realizados ao longo do tempo.

Neste capítulo será relatado sobre o Ensino da Álgebra no Brasil, o Movimento da Matemática Moderna e a Álgebra na Prova Brasil.

2.1- Ensino da Álgebra no Brasil

A aprendizagem da Álgebra vem apresentando resultados que é na verdade um processo que o ensino dessa área vem sofrendo ao longo dos tempos e que se mantém em uso nas escolas atualmente. No Brasil, por exemplo, mesmo com várias reformas educacionais, diretrizes e orientações para o ensino educacional, o ensino permaneceu com poucas alterações na Educação Básica. Segundo pesquisadores afirmam que, no ensino da álgebra no Brasil, ainda prevalece a aprendizagem, que busca apenas resolver equações sem contextualizá-las (BARBOSA; BORRALHO, 2009; AGUIAR, 2014).

Visto um objetivo importante do estudo da Álgebra é desenvolver o pensamento algébrico nos alunos, através de problemas e situações que a envolve, é o processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, podemos considerar quatro tipos de pensamentos algébricos: O uso da aritmética como o domínio da expressão e a formalização da generalização (Aritmética Generalizada); A generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais (Pensamento funcional); A modelação como um domínio para a expressão e a formalização das generalizações; e A generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações.

Temos consciência de que os tipos de pensamento algébrico mobilizados pelos alunos estão relacionados às atividades propostas em sala de aula. A Aritmética

Generalizada refere-se ao raciocínio sobre operações e as propriedades associadas aos números, como por exemplo, propriedade de relações entre números, propriedade de operações com números, relação de identidade, da igualdade como uma relação entre quantidade, resolução de sentenças com números desconhecidos, tratamento algébrico do número, pensamento aditivo e multiplicativo.

O Pensamento Funcional envolve a exploração de regularidades numérica, como por exemplo a descrição do crescimento de padrões ou generalizações sobre somas de números consecutivos, ou seja, expressão simbólica de quantidades ou operações, identificação e descrição de padrões numéricos, relação de equivalência. A Modelação envolve a generalização a partir de situações matematizadas ou de fenômenos, por exemplo, a generalização de regularidade em situações do dia a dia, nas relações na resolução de problemas. E a Generalização sobre sistemas matemáticos abstratos é uma forma de raciocínio menos comum no currículo do ensino básico, envolve a generalização utilizando objetos abstratos e operações sobre classes de objetos. Com isso, a álgebra é ensinada a partir de processos de abstração e generalização.

Os conceitos algébricos iniciais dão a base para a formação de diversos conceitos algébricos futuros, e quando não são trabalhados o suficiente, é provável que o baixo rendimento no ensino da Álgebra se prolongue, afetando a dificuldade de aprendizagem de outros conceitos da Matemática. Se o aluno tem dificuldade em entender os conceitos algébricos, quando resolver um problema, certamente usará a Matemática não formalizada, envolvendo uma grande sequência de cálculos como estratégia de resolução.

No Brasil, o ensino da Álgebra tem início na sexta série, ou seja, no 7º ano do ensino fundamental, quando as letras são apresentadas com a função de representar valores que são desconhecidos e que por meio de relações determinadas, em função do problema apresentado, podem ser encontrados. É nesse período que professores de Matemática tem um dos grandes objetivos, estudar a Álgebra na sala de aula explorando e mobilizando o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico.

Segundo Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) concluíram que, no ensino da Álgebra, uma ênfase era atribuída às transformações das expressões algébricas, e os conteúdos eram, quase sempre, apresentados através de procedimentos que, conduziam a uma aprendizagem mecânica, na qual apenas as regras e os passos na solução de um problema eram trabalhados.

Um dos principais problemas citados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), é a noção de variável encontrada na aprendizagem da Álgebra. Assim sendo, os alunos entendem que a letra usada em uma sentença algébrica serve apenas para indicar um valor desconhecido, ou seja, para eles a letra sempre significa uma incógnita. Não é um conceito errado, mas representa apenas uma das concepções da Álgebra. Esse conceito é fundamental e imprescindível ao estudo algébrico.

Frequentemente não nos colocamos no lugar do aluno, para o professor de Matemática são evidentes aqueles conceitos e simbologias, mas o mesmo não acontece com o aluno. Se não houver entendimento, não há interesse e com isso não haverá aprendizagem, no entanto, precisa-se de apoio da linguagem natural para a comunicação das ideias. O aluno vai construindo a linguagem Matemática, despertando o interesse pela álgebra e verificando que os conceitos e procedimentos algébricos não são complicados como parece ser.

Para melhor entendimento da Álgebra, é necessário trabalhar com conceitos e procedimentos algébricos de forma gradual, passando pela fundamentação verbal e a partir da apropriação de conceitos que se podem fazer abstrações e generalizações, a fim de que os alunos tenham se apropriado deles de forma efetiva. O professor deve fazer uso de práticas pedagógicas para a resolução de problemas, como exposição oral e resolução de exercícios. Isso torna as aulas mais dinâmicas e não restringe o ensino de Matemática a modelos clássicos. A compreensão de qualquer assunto se torna mais difícil quando não se tem o hábito da leitura, e se existir o domínio da leitura e interpretação, consegue-se compreender relações entre o que leu e o entendimento daquilo que leu.

Segundo Miguel (1992), o ensino da Álgebra no Brasil fez parte do currículo desde 1799, prevalecendo um ensino puramente reprodutivo em que tudo era essencial. E que segundo o autor a Álgebra apresentava um caráter mais instrumental, útil para resolver problemas. Teve uma expressiva evolução em vários sentidos, sem preocupação de entendimento por parte dos alunos, e hoje, se procura mostrar a aplicação da Álgebra em outras áreas do conhecimento, buscando despertar o interesse dos que a estudam.

Para o ensino da Álgebra, o educador necessita ter conhecimento de diferentes maneiras de ensinar o mesmo conteúdo, visto que cada criança tem uma forma diferente de visualizar os problemas matemáticos e com elas apresentados, utilizadas desde as séries iniciais nas aulas de matemática, Martins e Vichess (2015, p. 01), expõem que:

> De fato, a compreensão da álgebra – a parte da disciplina que estuda leis e operações com entidade abstratas, geralmente utilizando letras para representar valores desconhecidos – exige que a turma repense saberes que funcionavam bem com as operações aritméticas. A pesquisadora argentina Patrícia Sadovsky defende que seu papel, professor, é fundamental para apresentar a passagem da aritmética à álgebra como continuidade e não como ruptura (MARTINS; VICHESS, 2015, p. 01).

Observamos que alguns professores iniciam seus trabalhos com a ideia de que seus alunos já estão acostumados em resolver operações com números e letras, ignorando os conhecimentos anteriores, por exemplo, o que o aluno sabe desses conteúdos e o que ele precisa aprender. É importante aprender Álgebra e requer muito esforço de abstração, pois está trabalhando com letras e números ao mesmo tempo, letras que possuem um determinado valor numérico e os números que existem, mas são desconhecidos.

Segundo Oliveira, considera que os alunos lidam com pouca variedade de aplicações, em que o ensino da álgebra tem sido limitador, não favorecendo assim o processo de produção de significados, afirma que:

> O ensino da álgebra se concentra em conteúdos mais tradicionais como equações, cálculo com letra, expressões algébricas, contextos geométricos, etc, e pouco se avança em discussões que pretendam tratar das equações principais para orientarmos o ensino da álgebra (OLIVEIRA, 2002, p. 36).

No entanto, é fundamental que a Álgebra seja compreendida de forma ampla, podendo fornecer recursos para descrever relações em vários contextos matemáticos. Por exemplo, alguns alunos do ensino fundamental tem um grau de dificuldade em que se confundem com as letras, assim a utilização da álgebra fica relegada. E também muitas das vezes o professor utiliza o livro didático como o único meio de ensinar, pois a escola oferece esse único meio de ensino para eles, então os discentes acabam correndo atrás de alguma forma de ensinar seus alunos.

2.2 - O Movimento da Matemática Moderna

Segundo Miorim (1998), as mudanças que ocorriam no campo da economia, as discussões e as reformulações dos currículos da escola secundária, as propostas de democratização do ensino e a preocupação em ensinar aos alunos uma Matemática mais prática, foram os fatores em que justificam as iniciativas dos professores de Matemática daquele período em buscar uma proposta modernizadora e com o objetivo de internacionalizar a Matemática escolar. E em que esses fatores foram a razão para modernizar a Matemática a partir do final do século XIX.

Entre 1960 e 1970 o movimento marcou a história da Educação Matemática no Brasil e provocou mudanças significativas nas práticas escolares. A segunda fase do movimento foi trazida para o Brasil no início da década de 60.

Com o surgimento do Movimento da Matemática Moderna, na década de 60, possuía como um dos seus objetivos a unificação dos três campos fundamentais da Matemática por meio dos elementos unificados, como, a teoria dos conjuntos, funções e as estruturas algébricas, assim a Álgebra passa a ocupar um lugar de destaque. O ensino da Álgebra assume uma acentuada preocupação com os aspectos lógico estruturais dos conteúdos e precisão da linguagem, então, o programa de Álgebra começava pelo estudo da teoria de conjuntos e a ênfase era nas operações e nas suas propriedades. Já na década de 70, o Movimento da Matemática Moderna entrou em declínio em todo o mundo e surgiram críticas aos pressupostos desse movimento e tentativas de correção dos excessos cometidos.

Devido à grande ênfase dada à Álgebra pelo Movimento da Matemática Moderna, os conteúdos geométricos deixaram de ser vistos como potencialmente ricos e perderam seu lugar no currículo, acarretando o "abandono" do ensino da geometria. Após este período, o abandono passa a ser grande preocupação, como os pesquisadores afirmam: "ocorre, então, por parte dos educadores matemáticos, um esforço no sentido de recuperar o ensino da geometria". (Miguel; Florentini; Miorim, 1992, p. 21)

Esses autores ressaltam o fato de que a Álgebra pós Matemática Moderna parecem retornar seu papel, ou seja, de um estudo com a finalidade de resolver equações e problemas. Os autores também destacam que a Álgebra, apesar de ocupar boa parte dos livros didáticos atuais, não tem recebido a devida atenção nos debates e reflexões a respeito do ensino da Matemática. Sobre o ensino atual da Álgebra, comentam que "a maioria dos professores ainda trabalha a Álgebra de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões." (MIGUEL; FIORENTINI, MIORIM, 1992, p.40)

Lins e Gimenez (1997, p. 106) fazem a seguinte observação a respeito da Álgebra apresentada nos livros didáticos atuais:

> (...) técnica (algaritmo)/prática (exercícios). Com toda fraqueza, isso é praticamente tudo que encontramos na quase total maioria dos livros didáticos disponíveis no mercado brasileiro, e essa é uma situação bastante ruim. O que é, talvez, até pior é que essa prática não se baseia em investigação ou reflexão de qualquer natureza ou profundidade, apenas em uma tradição, tradição essa que estudo e projetos de todos os tipos, e por todo o mundo - inclusive no Brasil - já mostraram ser ineficaz e mesmo perniciosa à aprendizagem. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 105-106)

Veremos que estas ideias são as básicas na álgebra moderna, e constituem mesmo uma de suas características principais.

Na atualidade, consideramos a Álgebra moderna como estudo de operações algébricas, independente da natureza dos objetos aos quais se aplicam.

2.3- Álgebra na Prova Brasil

Na década de 90 surge no Brasil uma política de avaliação em larga escala. Houve uma experiência com o SAEB, justificado pela necessidade de produzir informações para subsidiar análises sobre os impactos das políticas adotadas em termos de equidade e eficiência (BONAMINO, 2002, p.78).

Atualmente as avaliações em larga escala têm aumentado a preocupação de qualidade das escolas e proporcionado novo fôlego aos debates sobre os fatores a ela associados. A partir disso criaram o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), em 2007, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio

Teixeira (Inep), formulado para medir a qualidade do aprendizado nacional e estabelecer metas para a melhoria do ensino, por meio das taxas de aprovação e os resultados dos alunos pela Prova Brasil, no qual tem o objetivo de avaliar a qualidade do ensino fornecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos.

As escolas se veem diante de um novo desafio, para que os alunos consigam avançar a sua escolaridade é necessário também garantir que eles aprendam. Para que isso aconteça, é importante investir em ações voltadas à garantia de aprendizado a todos os alunos e à diminuição das taxas de reprovação. É a partir dos resultados observados que os professores podem planejar atividades de ensino mais adequadas aos alunos.

A avaliação educacional é normalmente implementada com finalidade similar, fornecendo elementos para subsidiar políticas e diretrizes conforme à realidade educacional nos contextos municipal, estadual e nacional (INEP, 2001a).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: produzir e interpretar diferente escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas; resolver situações problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos; e; observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.

A divulgação dos resultados da Prova Brasil é expandida pelos municípios e escolas. Para Werle (2011):

> (...) o projeto de avaliação em larga escala em desenvolvimento desde o final da década de 1980, desdobrado ao longo de vinte anos, é reforçado a partir de 2005. Reforçando por receber importante legitimação a partir de ações pragmáticas vinculadas ao ranqueamento de instituições, escolas, redes municipais e estaduais, à liberação de recursos, à valorização da “transparência” para a sociedade e à necessidade de qualificação da educação (p. 790).

Tanto o SAEB quanto a Prova Brasil, estão associadas ao desempenho dos estudantes em Língua Portuguesa e Matemática à qualidade da educação escolar.

A Prova Brasil é realizada em anos ímpares, ou seja, a cada dois anos, fornecendo as médias de desempenho para o Brasil de todas as escolas que participam, havendo comparação nas unidades de ensino, em que cada escola e município tem suas características e suas particularidades peculiares. Em suas avaliações há questões de múltipla escolha, com quatro (4) alternativas, em que são compostas por graus de complexidade divididas em fáceis, médias e difíceis, sendo que as respostas corretas são classificadas como descritores e as incorretas como destratores.

O tratamento com números e suas operações é indispensável no dia a dia dos alunos. Os números que existem em diversos campos da sociedade, além de utilizados em cálculos e na representação de medidas, também se prestam para a ordenação e identificação de objetos e pessoas. Os descritores associados à matemática enfocam os números com suas operações, noções de álgebra e funções. Já os descritores de Álgebra conforme a Matriz de Referência da Prova Brasil são: Resolver problema que envolva variações proporcionais, diretas ou inversas entre grandezas; Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica; Resolver problema que envolva equação de segundo grau; Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras; Identificar uma equação ou uma inequação de primeiro grau que expressa um problema; Identificar um sistema de equações do primeiro grau que expressa um problema; e; Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações de primeiro grau.

2.4- A importância dos jogos e materiais manuseáveis como metodologia de ensino

Nos últimos tempos pode-se observar uma maior preocupação dos professores no ensino e aprendizagem, principalmente nas aulas de Matemática que por muito tempo foi desenvolvida apenas através da metodologia de aulas expositivas, tendo como necessidade de atualização no processo de ensino para uma melhor aprendizagem. Ao longo da história da educação, destacam-se professores, pesquisadores e pensadores que se dedicaram ao estudo de instrumentos para auxiliar no estudo dessa ciência. Prova disso, são os diversos jogos e materiais manuseáveis existentes. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998, p.57), um dos princípios norteadores do ensino de Matemática no Ensino Fundamental é a utilização dos recursos didáticos numa perspectiva problematizada.

A utilização dos materiais manuseáveis oferece uma série de vantagens para a aprendizagem dos alunos. Podemos destacar: a) Propicia um ambiente favorável à aprendizagem, despertando a curiosidade e aproveitando seu potencial lúdico; b) Contribui com a descoberta das relações matemáticas subjacente em cada material; c) Facilita a internalização das relações percebidas; d) Possibilita o desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações realizadas com os colegas e com o professor; e) É motivador, pois dar um sentido para o ensino da Matemática, o conteúdo passa a ter um significado especial (SARMENTO, 2012).

Os matérias podem ser utilizados no ensino da aritmética, álgebra e geometria plana, sendo importantes para a construção das noções de diferentes conteúdos da Matemática.

Capítulo 3 - Experiência na prática com o ensino da Álgebra

Com base no capítulo anterior, o ensino da Álgebra é importante na formação da linguagem e do pensamento algébrico, fazendo com que o aluno trabalhe com conceitos e procedimentos algébricos de forma gradual, passe pela fase da fundamentação verbal e em seguida a partir da apropriação de conceitos que se podem fazer abstrações e generalizações, com isso o aluno tem se adequado de forma satisfatória. É necessário que o professor ministre suas aulas com o uso de práticas pedagógicas, como a exposição oral e resolução de exercícios. A compreensão do conteúdo se torna mais difícil quando não tem o hábito da leitura, se existir esse domínio o aluno entende aquilo que leu. Diante disso, todos os alunos conseguem a compreensão e o entendimento daquilo ensinado.

A experiência a seguir refere-se à prática docente da disciplina de Matemática ministrada no Programa Residência Pedagógica, que ocorreu no período de agosto de 2018 a novembro de 2019, ou seja, três semestres letivos, na Escola Municipal Godofredo Perfeito/ Ipameri-GO. Esta ação de extrema importância possibilitou uma preparação para a Prova Brasil, contribuindo para a formação da cidadania, proporcionando um espaço de discussão da realidade local, regional e nacional a estudantes de escolas públicas. Em que tem o objetivo de avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos. Tem por intuito verificar a melhoria de ensino das disciplinas de português, com foco em leitura e Matemática com foco na resolução de problemas.

Segundo o Ministério da Educação, o Programa Residência Pedagógica é uma das ações que integram a Política Nacional de Formação de Professores e tem por objetivo induzir o aperfeiçoamento do estágio curricular supervisionado nos cursos de licenciatura, promovendo a imersão do licenciando na escola de educação básica, a partir da segunda metade de seu curso. Essa imersão deve contemplar, entre regências nas salas de aula e intervenção pedagógica, acompanhadas por um preceptor e professor da escola com experiência na área de ensino e orientada por um docente de sua instituição formadora.

Como parte integrante do uma preparação para o Projeto Prova Brasil, foram realizadas oficinas pedagógicas com alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Godofredo. Percebemos uma grande dificuldade por parte dos alunos do 9º ano por não conseguirem resolver as equações do 2º grau utilizando a fórmula de Bháskara, na condição única de que teriam que resolver as equações a partir da fórmula. Diante de todas elas aplicadas, a Trilha da Equações foi a escolhida para este trabalho, pelo fato de abranger o conteúdo sobre Álgebra.

A oficina ocorreu no dia 13 de agosto de 2019, o objetivo era reconhecer e explorar as linguagens algébricas para resolver problemas envolvendo equações do 2º grau, resolver uma equação completa usando o processo de Bháskara e também deixar o aluno mais participativo proporcionando um atendimento acerca do conteúdo. Os materiais necessários para aplicação do jogo foram, a trilha, no qual foi feita de E.V.A., as 26 cartas, 1 dado e os marcadores, no qual foi feita em papel A4.

"Trilha das Equações", pode ser jogado em grupos de três ou quatro jogadores.

- Cada grupo recebe uma folha com a trilha, 26 cartas numeradas contendo equações ou problemas que possam ser resolvidos por meio de equações, um dado e marcadores (botões, tampas de canetas, sementes, etc.).

- Os jogadores combinam quem vai ser o primeiro a jogar e em que ordem cada um jogará.

- O primeiro jogador lança o dado e percorre na trilha, com seu marcador, o número de casas indicado pelo dado.

- Em seguida, observa em que número da trilha ficou seu marcador, pega a carta deste número, resolve a equação e avança o número de casas correspondente à raiz (se a raiz for negativa, o aluno terá que retroceder).

- Depois é a vez do segundo jogador e assim por diante, até que alguém alcance a última "casa" da trilha, vencendo o jogo.

- Os outros jogadores devem continuar jogando para ver quem será o segundo, terceiro e quarto lugares.

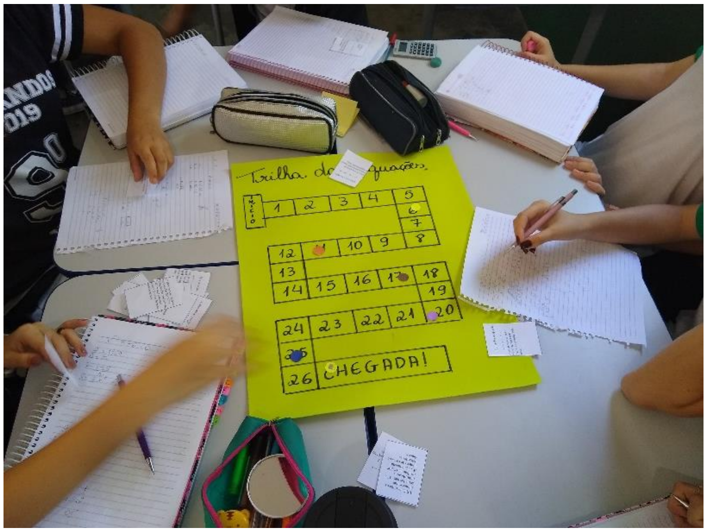
- As cartas que já foram resolvidas por algum jogador devem voltar para o monte, pois podem vir a ser usadas por outros jogadores.

- Para tornar o jogo mais desafiador, podem der colocados “obstáculos” na trilha, como “retorne cinco casas”, “fique uma rodada sem jogar”, “retorne ao início”, etc.

- Após o jogo, é sempre bom propor algumas atividades referentes a ele, levando o aluno a refletir sobre o trabalho proposto neste jogo e sistematizar sua aprendizagem.

Na figura 1 apresenta alguns alunos executando a oficina.

Figura 1: Aplicação do jogo



Fonte: Silva, Glenda Maria, 2019

Concluímos que a turma teve um rendimento significante do conteúdo exposto, ou seja, a resolução e separação dos termos para desenvolver a fórmula. Percebemos que a aplicação de jogos motiva ainda mais os alunos a aprender, pelo processo de aprendizagem, tornando a matemática mais dinâmica e atraente.

Na aritmética, o aluno aprende que as operações de soma, diferença, divisão e multiplicação são resultadas de ações realizadas com dois números que tem como resultado um terceiro número. Já na Álgebra, o aluno pode levar a uma interpretação de sentenças do tipo 7 + x, que tendem a ser interpretadas como um valor numérico (7 + x = 14 porque o aluno considera x = 7, por exemplo).

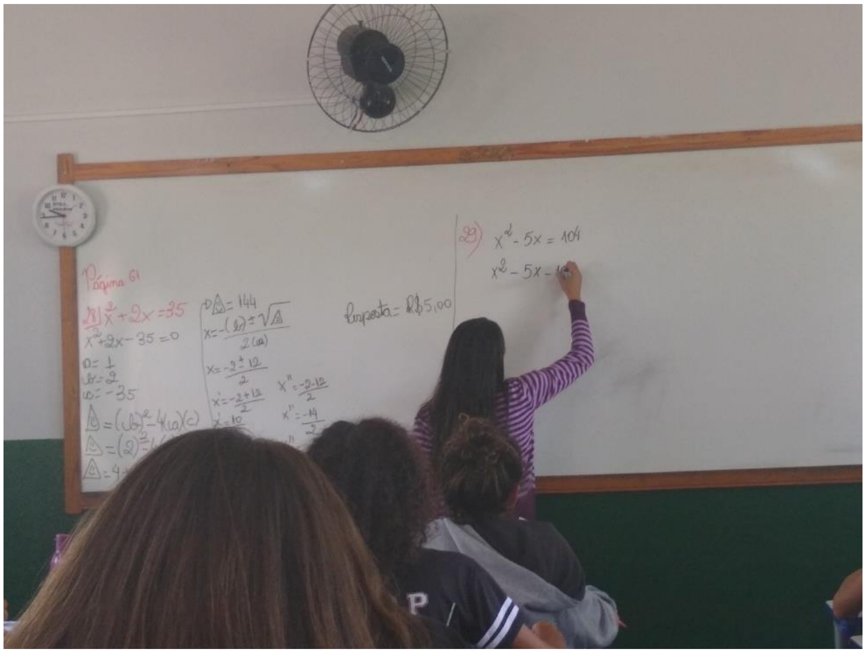
Outro erro muito comum, percebe-se a dificuldade na inversão do sinal quando há a troca do primeiro membro (antes do sinal de igualdade) para o segundo membro (depois do sinal de igualdade), percebemos que muitas das vezes o aluno esquece que é preciso a troca de sinal para que a resolução dê certo.

Outra dificuldade encontrada pelos alunos ao resolver as expressões algébricas está relacionada com o jogo de sinais. Geralmente as adições são resolvidas combinando sinais do modo como deveria ser feito nas multiplicações. Por exemplo: $5x - 3 - 9 + 2x = 0$. Observe o modo INCORRETO utilizado com frequência por alguns alunos: $5x + 12 + 2x = 0$. Nesse ponto de vista, o aluno faz o jogo de sinais relativo à multiplicação para uma adição.

Segundo Cuberes apud Vieira e Volquind (2002, p. 11), conceitua como "um tempo e um espaço para aprendizagem; um processo ativo de transformação recíproca entre sujeito e objeto; um caminho com alternativas, com equilibrações que nos aproximam progressivamente do objeto a conhecer", ou seja, é uma forma de construir conhecimento do aluno, com destaque na ação, porém sem perder a base teórica.

Na figura 2 apresenta a autora reforçando o conteúdo de equação do segundo grau para os alunos.

Figura 2: Auxílio na sala de aula



Fonte: Silva, Glenda Maria, 2019

Os métodos tradicionais, como quadro e giz, acabam sendo não suficientes por si só, para o processo de aprendizado do aluno. Com base nisso, o presente trabalho desenvolveu com os alunos o conceito das expressões algébricas a partir do jogo Trilha das Equações.

Para a realização desta oficina foi feita uma pesquisa com os alunos em relação ao conhecimento diante à álgebra e com base no conteúdo que o professor estaria introduzindo, decidimos aplicar a Trilha das Equações. Descobrimos que uma das dificuldades que os alunos revelam no estudo da álgebra é a interpretação e a utilização das letras em expressões algébricas.

As expressões algébricas apresentam letras e podem conter números. Em poder assumir qualquer valor, as letras constituem a parte variável das expressões. No decorrer da oficina, observamos que os alunos têm dificuldade em isolar esta variável, ou seja, a representação simbólica que as letras podem ter nas expressões.

Segundo Ponte (2005, p. 39) "algumas dificuldades têm a ver com o uso de letras para representar variáveis e incógnitas, não conseguindo ver a letra como representando um número desconhecido e não percebendo o sentido de uma expressão algébrica".

Baseado nisso, o presente trabalho de conclusão de curso relata como o uso de jogos matemáticos pode contribuir para o aprendizado das expressões algébricas, melhorando assim a percepção de cada aluno.

Diante disso, a utilização de jogos e materiais concretos significa muito para a aprendizagem do aluno, pois permite que o estudante desenvolva os três tipos de estágios que estão presentes no ensino/aprendizado de álgebra. O estilo retórico é caracterizado pela descrição de procedimentos, em que instruções verbais fornecidas eram aplicadas a uma sequência de casos específicos. Por meio desses procedimentos, os babilônicos trataram de forma eficiente as equações quadráticas em antigos problemas e encontraram soluções de equações cúbicas puras ($x^3 = a$) e cúbicas mistas ($x^3 + x^2 = a$), utilizando-se de tabelas de quadrados e cubos. Já o estilo sincopado, cuja característica principal é o uso de abreviações de palavras para a escrita de equações, foi introduzido por Diofanto, e algebristas hindus obtiveram a solução de equações do 2º grau pelo método de completar quadrados e os primeiros métodos gerais para a solução das equações indeterminadas. E por último o estilo simbólico, está presente no desenvolvimento dos números complexos e foi de extrema importância para a generalização das relações entre coeficientes e raízes de uma equação polinomial.

Considerações finais

Após o término da intervenção, concluímos que o uso de jogos matemáticos e materiais concretos nas aulas de Matemática pode propiciar aos alunos momentos descontraídos e envolventes, ajudando a melhorar a qualidade do ensino, além de poder influenciar positivamente como incentivo e mostrar que a Matemática é uma disciplina interessante e que se pode aprender brincando.

Concluímos que a utilização de recursos didáticos com os jogos e os materiais concretos, é fundamental e contribui significativamente para o desenvolvimento e aprendizagem dos alunos. A utilização dos jogos matemáticos nas atividades aplicadas foi importante para despertar a motivação, a autoestima, a relação com a Matemática e também o avanço dos alunos no interesse em quererem estudar a Álgebra por meio de atividades lúdicas. A álgebra quando desenvolvida pelo modo tradicional, põe em questão técnicas de cálculo; deixa-se de lado o desenvolvimento do sentido numérico. Dessa forma a álgebra perde sua importância como ferramenta útil para a resolução de problemas, as crianças perdem a oportunidade de refletir sobre fatos genéricos apresentados em situações onde também a lógica das operações é desenvolvida. Estudar a Álgebra é de extrema importância na vida de qualquer aluno, uma vez que esse ramo permite manipular equações que são vistas em muitas aplicações no nosso cotidiano.

Diante do exposto podemos verificar que a utilização do material manipulável é importante no processo de ensino aprendizagem, pois, a sua função educativa acrescentada à ideia do desafio, da competição e do lúdico, despertando o interesse dos alunos em aprender e desenvolver a percepção através da interação viabilizada pela relação aluno-professor; aluno-aluno e aluno-conteúdo.

Portanto, acreditamos que o jogo “Trilha das Equações”, bem como jogos similares apresentado em pesquisas diversas, se bem planejada e compreendido pelo professor, pode auxiliar de maneira satisfatória no ensino e aprendizagem do conteúdo de equação do 2º grau.

Referências Bibliográficas

AGUIAR, M. **O percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental: uma análise a partir da Transposição Didática e de Teoria Antropológica do Didático**. São Paulo, 2014. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

ARAÚJO, E. A. **Ensino de álgebra e formação de professores**. Educação Matemática Pesquisa (Online), São Paulo, v. 10, n. 2, 2008.

BARBOSA, E.; BORRALHO, A. **Pensamento algébrico e explorações de padrões**. Disponível em: . Acesso em: 8 fev. 2009.

BAUMGART, J. K. **Tópicos de história da matemática para o uso em sala de aula**; v. 4. ed. Atual, São Paulo 1992.

BONAMINO, Alícia Catalano. **Tempos de avaliação educacional: o SAEB, seus agentes, referências e tendências.** Rio de Janeiro: Quartet, 2002.

BOYER, C. B. **História da matemática. 3ª reimpressão.** São Paulo: Edgard Blücher, 2001.

BOYER, C. B. **Historia da matemática**. tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, Ed, da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: língua portuguesa.** Brasília: MEC / SEF, 1998.

DUARTE, J.B. (2008). **Estudo de caso em Educação.** Investigação em Profundidade com Recursos Reduzidos e outro Modo e Generalização. Revista Lusófona de Educação, 11, 113-132.

FIORENTINI, D.; MIORIN, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar.** Pro-Posições. Campinas, v. 4, n. 1[10], 1993.

GRANDO, Regina Celia. **O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E O USO DE JOGOS NA SALA DE AULA**. Tese doutorado, Faculdade de educação, 2000;

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Microdicionário de matemática**. São Paulo: Scipione, 1998.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. (2001a). SAEB 2001: novas perspectivas. Brasília: Ministério da Educação/INEP.

LINS, Rômulo Campos; Gimenez, Joaquim. **Perspectivas em aritmética eálgebra para o século XXI** – Campinas, SP: Papirus, 1997. – (Coleção Perspectiva Educação Matemática)

MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna – análise de uma impregnação mútua.** São Paulo: Cortez, 1992.

MARTINS, A. R.; VICHESSI, B.. **O ensino da álgebra. 2015**. Disponível em: < http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/tirando-letra488807.shtml>. Acesso em: 23 de junho de 2016 .

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo?** Pro-Posições, Campinas, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992.

MIGUEL, FIORENTINI e MIORIM. **Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo?**Pró-posições, vol.3, nº 1(7), Campinas, SP, 1992,p.39-54.

MILIES, P. C. **Breve história da álgebra abstrata**, Artigo disponível em http://www.aguaforte. com /antropologia/cidade.htm. Acesso em 18.12.2012.

MIORIM, M. A. **Introdução a História da Matemática**. São Paulo, SP: Atual, 1998

OLIVEIRA, A. T. C. C. **Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra**. Educação Matemática em Revista. Número 16, 2002.

SOUZA, A. A. de; et. al. **Uma proposta de ensino utilizando o recurso da história da matemática**. 2011. Disponível em: < http://descobrindoalgebra.blogspot.com.br/2011/10/uma-proposta-de-ensinoutilizando-o.html>. Acesso em: 17 de setembro de 2016

THIOLLENT, M. (2000). **Metodologia da pesquisa-ação**. Cortez.

VALENTE, W. R. **A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil: Um Tema Para Estudos Históricos Comparativos.** Curitiba, PR. In: Revista Diálogo Educacional/PUCPR, v. 6 n. 18, 2006, p 19-34

VASCONCELOS, Flavio R. da S; SARMENTO, Marlia D. de S. **A Origem e Criação de Alguns Símbolos Matemáticos**. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9., 2011, Aracaju/SE. Anais.... Aracaju/SE: SBHMat, 2011.

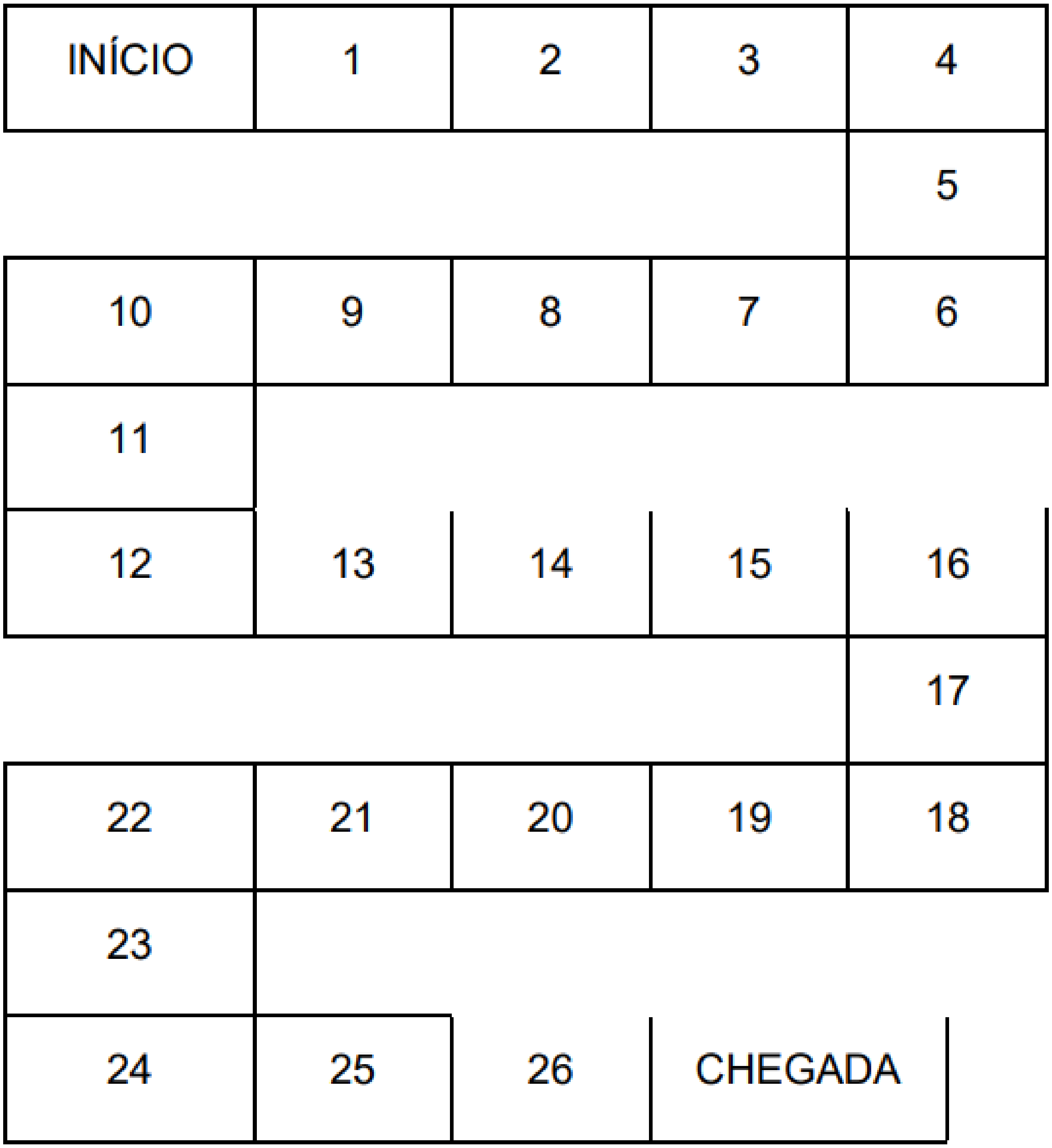
VIALI, Lorí; SILVA, Mercedes Matte da. **A Linguagem Matemática Como Dificuldade Para Alunos Do Ensino Médio**. PUCRS/UFRGS.

VIEIRA, Elaine; VOLQUIND, Lea. **Oficinas de ensino: O quê? Por quê? Como?** 4. ed.Porto Alegre: Edipucrs, 2002

WERLE, Flávia Obino Corrêa. **Políticas de avaliação em larga escala na educação básica: do controle de resultados à intervenção nos processos de operacionalização do ensino. Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação.** Rio de Janeiro, 2011, v. 19, n. 73, p. 769-792, out./dez.

Apêndice

(1) Trilha



(2) Cartas

1) Verifica se -2 é raiz da equação: $$3x^2 - x + 8 = 22.$$ Se é, avança 3 casas ou, em caso negativo, permanece no lugar.	A equação: $$2x^3 - 3x + 2 = 0$$ É uma equação do 2º grau? Se é, permaneça no lugar, caso contrário, avance 2 casas.	Resolve a equação: $$x^2 - 2x = 0$$ Soma as suas raízes e avança tantas casas quanto a resposta desta soma.
4) Resolve a equação: $$x^2 - 2x - 3 = 0$$ Soma as suas raízes e avança tantas casas quanto a resposta desta soma.	5) Resolve a equação: $$x^2 = 5x$$ Soma as suas raízes e avança tantas casas quanto a resposta desta soma.	6) Resolve a equação: $$x^2 - 3x - 28 = 0$$ Soma as suas raízes e avança tantas casas quanto a resposta desta soma.

7) A equação: $5x^2 - 10x + 5 = 0$ Possui um único número real como raiz. Descobre qual é e avança o mesmo número de casas desta raiz.	8) Quando $\Delta > 0$, a equação possui quantas raízes reais e diferentes? Avança o mesmo número de casas da sua resposta.	9) A equação: $x^2 - 8x + 16 = 0$ Tem duas raízes reais e iguais, ou seja, um único número real, como raiz. Avança o mesmo número de casas desta raiz.

10) Resolve a equação: $x^2 - x - 2 = 0$ Soma as suas raízes e avança tantas casas quanto a resposta desta soma.	11) Resolve a equação: $x^2 - 12x + 35 = 0$ Avança o mesmo número de casas da menor raiz desta equação.	12) Resolve a equação: $x^2 - 11x + 30 = 0$ Avança o mesmo número de casas da menor raiz desta equação.
13) Verifica se " – 3" é raiz da equação; $x^2 + 2x - 3 = 0$ Se é, avança 3 casas. Caso contrário, permanece no lugar.	14) Verifica se " – 6" é raiz da equação; $x^2 + 14x + 48 = 0$ Se é, avança 3 casas. Caso contrário, permanece no lugar.	15) Verifica se " – 4" é raiz da equação; $x^2 + 13x + 36 = 0$ Se é, avança 3 casas. Caso contrário, permanece no lugar.

16) É verdade que se $\Delta = 0$, a equação possui 2 raízes reais e iguais, ou seja, um único número real como raiz? Se é verdade, avança 3 casas, caso contrário, permanece no lugar.	17) Resolve a equação: $x^2 - x - 12 = 0$ Soma as suas raízes e avança tantas casas quanto a resposta desta soma.	18) Determina os números que somados dão "-2" e multiplicados resultam em "-8". Avança o mesmo número de casas do maior destes números.

19) Determina os números que somados dão "1" e multiplicados resultam em "-20". Avança o mesmo número de casas do maior destes números.	20) Verifica se " – 5" é raiz da equação; $x^2 + 3x - 10 = 0$ Se é, avança 2 casas. Caso contrário, permanece no lugar.	21) Determina os números que somados dão "6" e multiplicados resultam em "5". Avança o mesmo número de casas do menor destes números.
22) Verifica se " 9" é raiz da equação; $x^2 - 10x + 9 = 0$ Se é, avança 2 casas. Caso contrário, permanece no lugar.	23) Resolve a equação: $x^2 - x - 6 = 0$ Soma as suas raízes e avança tantas casas quanto a resposta desta soma.	24) Resolve a equação: $x^2 - 5x + 6 = 0$ Avança o mesmo número de casas da menor de suas raízes.

25) Resolve a equação: $x^2 - 6\,x + 5 = 0$ Avança o mesmo número de casas da menor de suas raízes.	26) Resolve a equação: $2x^2 - 3\,x + 1 = 0$ Avança o mesmo número de casas da sua maior raiz.	