

INSTITUTO FEDERAL GOIANO – CAMPUS MORRINHOS
PROGRAMA PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
ELIANA FRANCISCA DA CONCEIÇÃO

**O ESTUDO DE PRISMAS E PIRÂMIDES NO 6º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO**

Morrinhos/GO
2020

ELIANA FRANCISCA DA CONCEIÇÃO

**O ESTUDO DE PRISMAS E PIRÂMIDES NO 6º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO**

Projeto de pesquisa da disciplina Metodologia Científica, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação da professora Msc. Kênia Bomtempo de Souza.

Morrinhos/GO
2020

Sistema desenvolvido pelo ICMC/USP
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas - Instituto Federal Goiano

CC744e Conceição, Eliana Francisca da
O ESTUDO DE PRISMAS E PIRÂMIDES NO 6º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO
/ Eliana Francisca da Conceição; orientadora Kênia
Bomtempo de Souza; co-orientador Antônio Carlos
Chaves Ribeiro. -- Morrinhos, 2020.
47 p.

Monografia (Graduação em PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA (PPGECM)) --
Instituto Federal Goiano, Campus Morrinhos, 2020.

1. BNCC. 2. Geometria. 3. Prismas e Pirâmides. 4.
Sólidos geométricos. 5. Materiais manipulativos. I.
Bomtempo de Souza, Kênia, orient. II. Carlos Chaves
Ribeiro, Antônio, co-orient. III. Título.



INSTITUTO FEDERAL
Goiano

Repositório Institucional do IF Goiano - RIIF Goiano
Sistema Integrado de Bibliotecas

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR PRODUÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS NO REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DO IF GOIANO

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Institucional do IF Goiano (RIIF Goiano), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IF Goiano.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Tese | <input type="checkbox"/> Artigo Científico |
| <input type="checkbox"/> Dissertação | <input type="checkbox"/> Capítulo de Livro |
| <input checked="" type="checkbox"/> Monografia - Especialização | <input type="checkbox"/> Livro |
| <input type="checkbox"/> TCC - Graduação | <input type="checkbox"/> Trabalho Apresentado em Evento |
| <input type="checkbox"/> Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Eliana Francisca da Conceição
 Matrícula: 2018 P P G E C M G I O I
 Título do Trabalho: O estudo de prismas e pirâmides no 6º ano do ensino fundamental por meio de material manipulativo
 Restrições de Acesso ao Documento

Documento confidencial: Não Sim, justifique: _____

Informe a data que poderá ser disponibilizado no RIIF Goiano: 11/07/2021
 O documento está sujeito a registro de patente? Sim Não
 O documento pode vir a ser publicado como livro? Sim Não

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano.

Marcinho 08/02/2021
Focal Data

Eliana Francisca da Conceição
Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

Ciente e de acordo:

[Assinatura]
Assinatura do(a) orientador(a)



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA GOIANO
GERÊNCIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO

ANEXO III

**ATANº 011/2020 DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS
E MATEMÁTICA
DEFESA PÚBLICA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO**

Aos dezesseis dias do mês de dezembro de dois mil e vinte, às dezenove horas, reuniram-se de forma virtual síncrona, orientadora, discente e membros da banca, onde teve lugar a apresentação do TRABALHO DE CONCLUSÃO (TC), em sessão pública, como requisito de conclusão do Curso de Especialização em Ensino de Ciências e Matemática. O Trabalho teve o título: O ESTUDO DE PRISMAS E PIRÂMIDES NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO. Foi defendido pela discente **ELIANA FRANCISCA DA CONCEIÇÃO**, matrícula nº 20182PPGECM0101. A banca examinadora foi composta pelos seguintes professores, assim identificados:

Nome	Membros	Nota do Trabalho Escrito	Nota da Apresentação Oral	Média
Profa. Msc. Kênia Bomtempo de Souza	Presidente	8,9	8,9	8,9
Profa. Dra. Sangelita Miranda Franco Mariano	Membro	7,0	8,0	7,5
Profa. Msc. Márcia Friedrich	Membro	7,0	8,0	7,5
Nota Final (média aritmética das notas finais dos 03 avaliadores)				8,0

Após a apresentação, o(a) discente foi arguido pela banca examinadora e o Trabalho de Conclusão, foi considerado:

- () Reprovado.
() Aprovado com nota: _____
(X) Aprovado com nota: 8,0 e com ressalvas para correção.

Morrinhos, 16 de dezembro de 2020.

BANCA EXAMINADORA – MEMBROS

Profa. Msc. Kênia Bomtempo de Souza – Orientadora/Presidente



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA GOIANO
GERÊNCIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO

ANEXO

Sangelita m. Franco Mariano

Profa. Dra. Sangelita Miranda Franco Mariano - Membro

Márcia Friedrich

Profa. Msc. Márcia Friedrich – Membro

Assinatura do (a) discente pós-graduando:

Letiana Francisca da Conceição

Márcia Friedrich

AGRADECIMENTOS

À Deus por me conduzir até aqui.

À minha família e em especial a meu esposo e minha filha pela paciência e apoio emocional.

Aos mestres de hoje e aos passados que ativamente contribuíram para minha formação.

À minha orientadora pela paciência e profunda colaboração para tornar viável esta pesquisa.

Aos colegas e aos professores deste curso que nos incentivaram a não desistir diante dos obstáculos, foram inspiradores nos relatos de suas experiências e certamente contribuíram para meu autoconhecimento e aprendizagem.

RESUMO

Este trabalho foi elaborado com o objetivo de apresentar uma proposta educacional para o estudo inicial dos poliedros “Prismas e Pirâmides” no ensino fundamental em especial o 6º ano e como provável aporte para os anos sequenciais. Torna-se uma sugestão lúdica pedagógica aos educadores e objetiva a redução da abstração que possa acompanhar as concepções destes objetos por parte dos educandos, neste intuito de modo elementar alinhamos o estudo destes poliedros com apoio suplementar do material concreto na Geometria espacial. Na fundamentação desta produção, foi realizada pesquisa bibliográfica examinando obras que abordam o tema em questão. Na oportunidade paralela a esta temática, o questionamento provocador desta pesquisa refere-se: Como trabalhar os conceitos de “Prismas e Pirâmides” de forma criativa e crítica e ainda avivar o interesse dos alunos para esta temática, utilizando material manipulativo? Esta pesquisa pretende discutir possíveis subsídios pedagógicos frutos desta indagação e neste contexto adota a BNCC 2017 para alicerçar e alcançar prováveis respostas, assim como outros autores.

Palavras-chave: BNCC. Geometria. Prismas e Pirâmides. Sólidos geométricos. Materiais manipulativos.

ABSTRACT

This work was developed with the objective of presenting an educational proposal for the initial study of the polyhedra “Prisms and pyramids” in elementary school, especially in the 6th year and as a likely contribution for the sequential years. It becomes a playful pedagogical suggestion for educators and aims to reduce the abstraction that can accompany the conceptions of these objects by students, in this elementary way we align the study of these polyhedra with additional support of concrete material in spatial geometry. In the foundation of this production, a bibliographic research was carried out examining works that approach the subject in question. In the opportunity parallel to this theme, the provocative question of this research refers to: How to work the concepts of “Prisms and Pyramids” in a creative and critical way and still enliven students' interest in this theme, using manipulative material? This research intends to discuss possible pedagogical subsidies resulting from this inquiry and in this context, it adopts BNCC 2017 to support and reach probable answers, as well as other authors.

Keywords: BNCC. Geometry. Prisms and pyramids. Geometric solids. Manipulative materials.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação dos Prismas.....	30
Figura 2 – Representação de Pirâmides.....	31
Figura 3 – Representações: face, aresta e vértice.....	31
Figura 4 – Molde.....	39
Figura 5 – Recorte do molde.....	40
Figura 6 – Planificação.....	40
Figura 7 – Dobra 1.....	40
Figura 8 – Dobra 2.....	41
Figura 9 – Dobras.....	41
Figura 10 – Representação do “Prisma reto de base pentagonal”.....	41
Figura 11 – Representações de poliedros.....	42

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1. A GEOMETRIA NO TEMPO E A PESQUISA	14
1.1. Um pouco sobre a trajetória da Geometria	14
1.2. A importância da Geometria na Escola	17
1.3 Trajetória da Pesquisa	19
2. O ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL NOS ANOS FINAIS DO ENSINO MÉDIO ...	22
2.1. A Base Nacional Curricular Comum e o Ensino da Geometria Espacial	23
3. O ESTUDO DE PRISMAS E PIRÂMIDES	29
3.1. Prismas e Pirâmides: alguns conceitos	30
3.2. Uma proposta Educacional: “A Geometria dos Prismas e Pirâmides, usando Material Concreto	33
3.3. Sugestão para o desenvolvimento do trabalho.....	35
3.4. Possibilidades resultantes em “A Geometria dos Prismas e Pirâmides, usando Material Concreto	38
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	43
REFERÊNCIAS.....	45

INTRODUÇÃO

Historicamente a Geometria surge para suprimir carências rotineiras do dia a dia do ser humano, alguns dos primeiros relatos apontam o uso desta para a resolução de problemas agrários às margens de rios tais como Nilo, Eufrates e Ganges. Com a cheia destes rios e por consequência o desmoronamento de terrenos os povos que ali habitavam necessitavam calcular impostos sob as áreas de terras restantes pós enchentes (KALEFF, 1994).

Segundo Kaleff (1994, p. 19-20) “Assim, teve origem uma geometria utilitária caracterizada pelo traçado de desenhos de formas, pelo estabelecimento de fórmulas e pelo cálculo de medidas de comprimento de área, de volume etc.” Dessa forma, a Geometria ao longo da história sempre teve um caráter utilitarista e nem sempre foi vista em sua total amplitude enquanto área de conhecimento necessária ao desenvolvimento da civilização.

A Geometria é um dos campos matemáticos mais antigos, contribuiu com o passar dos tempos para a compreensão do espaço e as relações do homem com as necessidades cotidianas. É notório a percepção da mesma em diversos campos da vida, o que facilita a sua contextualização e interdisciplinaridade.

A Geometria Espacial se introduzida apenas em cunho teórico a partir da Geometria Plana, por intermédio restrito de imagens dos livros didáticos, ou ilustrações no quadro, traçados pelo próprio professor pode desconsiderar a tridimensionalidade, dificultando a compreensão dos estudantes, decorrente a isto a desmotivação dos alunos pelo tópico e por consequência a Matemática. Passos (2000, p. 41) afirma: “A Matemática pode ser um fator determinante no fracasso escolar, gerando, de certa forma, uma grande aversão em muitos que convivem com ela, em especial os alunos”.

Ao observar as dificuldades em relação ao ensino e a aprendizagem da Geometria, e com a implantação da nova BNCC (2017) (Base Nacional Comum Curricular), como fica o ensino da Geometria? Esta pesquisa oferece uma perspectiva de ensino sob a visão da BNCC a respeito dos “Prismas e Pirâmides” conteúdo explorado no 6º ano do ensino fundamental. Deste modo, dentre os objetivos almejados neste estudo estão a exploração destes sólidos geométricos com enfoque na identificação de suas representações e exploração das planificações de

determinados poliedros e figuras planas que os constituem, em vista o desenvolvimento da percepção espacial do aluno, enfoque este que é uma das habilidades esperadas pela BNCC neste conteúdo.

Nos anos iniciais do ensino fundamental, os estudos sobre Geometria contemplam forma, semelhança e dimensão, pretende-se que o aluno nesta faixa etária possua noções de localização, reconhecimento, representação e manipulação de formas geométricas dentre outras. Este estudo se deficitário pode desestimular a compreensão de conteúdos posteriores, e abrir margem para o desestímulo do estudo da Geometria.

Espera-se lograr êxito na visualização da Geometria espacial quando o indivíduo pode vivenciá-la a partir de experiências significativas. Percebendo as possibilidades das aplicações geométricas, este trabalho propõe uma abordagem didática e lúdica de forma dirigida, procurando estimular a capacidade criativa e percepção espacial do estudante. Para tanto Jelinek e Kampff (2009) nos dizem:

É por meio da Geometria que se desenvolvem algumas das habilidades básicas com o educando. Entre elas, é possível destacar a capacidade de comunicação, de percepção espacial, de análise e reflexão, bem como de abstração e generalização. (JELINEK, KAMPFF, 2009, p. 76)

Neste aspecto esta proposta espera valorizar o conhecimento prévio dos alunos, bem como integrar experiências de vida dos mesmos, para tal, este trabalho é embasado em revisões bibliográficas e aborda a ludicidade e a contextualização como ferramentas pedagógicas para o estudo da Matemática em sala.

Valendo-se disso uma opção plausível para a contextualização da Geometria espacial é o uso de materiais manipulativos em sua análise, e, portanto, objeto de estudo desta pesquisa. Este trabalho limitar-se-á há uma abordagem dos conceitos geométricos básicos para o ensino fundamental segunda fase, portanto, fórmulas e outros conceitos mais complexos não serão contemplados. Conferindo-se em uma proposta norteadora para educadores do Ensino Fundamental e, ou outras modalidades no trabalho com elementos da Geometria espacial, considera-se para embasamento estudos de alguns notáveis autores no assunto, sensíveis a contribuição para o conhecimento, a qualidade e pesquisas sobre a Educação em específico o estudo de novas perspectivas sobre a Matemática.

1. A Geometria no Tempo e a Pesquisa

O Ensino da Matemática e principalmente da Geometria, ao longo do tempo e em seu desenvolvimento, foi e é permeado por visões de um conhecimento pronto, acabado e perfeito, com uma visão de supremacia, como se essa Ciência fosse para poucos aprenderem, como uma espécie de soberania em que ela, a “Matemática” e consequentemente a Geometria, reinassem absolutas entre as outras Ciências.

Dessa forma, seu ensino é permeado de visões e concepções epistemológicas que nem sempre se atentam para o real sentido do Educar, do Ensinar Matemática e assim ela é “ensinada e aprendida”, repetindo sempre o modelo tradicional de repasse e “transmissão”, sem, contudo, o aluno ser também um interlocutor de seu conhecimento.

Diante da preocupação com os processos de ensino e de aprendizagem da Geometria, vários estudiosos se concentram nesse assunto. Muitos apresentaram propostas e teorias a cerca deste conhecimento. Nesse capítulo será apresentado um pouco da História dessa parte da Matemática que é tão importante quanto qualquer Ciência por si só e ainda, algumas concepções de Matemática e os caminhos da pesquisa.

1.1 Um pouco sobre a trajetória da Geometria

A Matemática abrange diferentes áreas e uma destas é a Geometria que inicialmente era utilizada nas demarcações de terras, não há concordância entre os estudiosos no estabelecimento de uma data precisa ou civilização que iniciara a mesma. No entanto, é possível perceber vestígios de seu uso nos primórdios das civilizações, dentre estas a egípcia e a babilônica, porém, a definição desta palavra vem do grego em que *geo* = terra e *metria* = medida (SMOLE, 2003).

Em sua origem a Geometria peregrinava no campo do empirismo, assim foi a partir de Tales de Mileto historicamente consagrado como o primeiro geômetra, que esta Ciência caminha nos passos da dedução. Todavia, o desenvolvimento desta alcança patamares mais sublimes com advindo das obras de Euclides de Alexandria (360 a.C. - 295 a.C.), que escreveu Elementos e serviu de base para o estudo da

Geometria. No decorrer dos anos até a atualidade outros grandiosos matemáticos contribuíram significativamente para o desenvolvimento e estruturação desta (BOYER, 1996).

Conforme reflexão:

O que parece mais provável é que tais conhecimentos foram sendo construídos empiricamente, como resposta a necessidades de ordem prática das comunidades que, no Neolítico – Idade da Pedra – deixaram sua vida nômade, passando a se fixar a terra e a cultivá-la. (PAVANELLO 1989 *apud* PASSOS, 2000 p. 73).

Na época atual o uso da Geometria perpassa suas práticas iniciais, o seu estudo é direcionado às características e relações de figuras, e, portanto, a distinção de suas formas, posições e tamanho.

A **Geometria** é parte do conhecimento desenvolvido pelo indivíduo na tentativa de compreender certos aspectos do mundo em que vive, pois, este Universo é repleto de objetos, coisas, entes de várias formas e tamanhos, que ocupam as mais variadas posições. Medir, examinar formas, comparar e analisar posições de objetos são algumas das preocupações cotidianas do ser humano. (SMOLE, 2003, p. 197, grifo do autor).

Sobre o estudo da Geometria no Brasil, dos diversos autores aqui consultados que abordam esta temática, muitos remetem as atuais dificuldades do ensino e aprendizagem geométricos a um período de abandono da Geometria na educação brasileira, diversas foram as causas relatadas, contudo, Pavanello (1993) em seu artigo “O abandono do estudo da Geometria no Brasil: causas e consequências” faz uma reflexão, um paralelo histórico sobre o estudo deste campo, e como este foi deixado em segundo plano, derivado dos acontecimentos legislativos educacionais, sociopolíticos e econômicos que influenciaram os rumos deste estudo no país por demasiado tempo.

Em síntese, no Brasil a Geometria foi tratada sob diferentes óticas, e somado a este cenário conturbado houve a contribuição negativa de formações deficitárias de professores, e ainda, as divergências na “educação para elite” e a “educação popular” o que culminou em alunos de diferentes níveis de compreensão geométrica. De acordo com Pavanello:

O abandono do ensino de geometria deve, portanto, ser caracterizado como uma decisão equivalente às medidas governamentais, em seus vários níveis, com relação à educação. Pode-se questionar as verdadeiras intenções e compromissos que elas revelam em relação ao oferecimento de condições

impliquem em reais oportunidades educacionais a todos os segmentos da população brasileira. (PAVANELLO, 1993, p.16)

Para Lorenzato (1995, p. 4) “A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje”. Diante do exposto a Geometria permaneceu por determinado período na zona do esquecimento, ficando sujeita ao interesse de algum professor por esse conhecimento.

E ainda conforme Lorenzato (1995, p. 4), na época os livros das instituições de ensino básico, “[...]colocam a geometria como complemento ou apêndice e de modo fortemente fragmentado, por assunto ou por série, geralmente a Geometria é apresentada rigidamente separada da Aritmética e da Álgebra.”. Para Kaleff (1994) as realidades do estudo da geometria nas salas de aulas começam a sofrer mudanças apenas a partir da década de 70, adquirindo então relevante presença no estudo da Matemática, no entanto, nas consultas realizadas estas mudanças inicialmente ocorreram de maneira sutil, dado a herança deixada pelo momento histórico citado anteriormente.

Atualmente os livros didáticos utilizados não compactuam com esta realidade de abandono da Geometria, propostas sobre o seu estudo e ensino são cada vez mais crescentes e seus conteúdos possuem espaços cativos nos currículos, e nos documentos que regem a Educação e como tal a BNCC de 2017.

Diante de resquícios da herança exposta, fazem-se necessários estudos na área da aprendizagem da Geometria, uma tentativa de democratizar um estudo de qualidade nesta área. “Nesse sentido, entende-se que a inovação das práticas pedagógicas por parte dos professores é uma das mudanças fundamentais no ensino de Matemática” Schröetter, Stahl e Domingues (2016, p. 59).

Assim, atualmente o ensino aprendizagem desta requer do professor não apenas o conhecimento teórico dos conteúdos, são igualmente relevantes o uso de técnicas de ensino mais produtivas na promoção da aprendizagem dos estudantes, tais ferramentas não devem estar limitadas ao uso exclusivo dos tradicionais: quadro, giz e livros, mas a incorporação de diversificados procedimentos pedagógicos conjuntamente a estes.

1.2 A Importância da Geometria Na Escola

Como descrito, a Geometria nos livros didáticos era encontrada como última matéria do sumário, logo a consequência desta atitude foi que está só era ministrada caso tivesse tempo no ano letivo, e como muitos não possuíam conhecimentos geométricos suficientes, estas aulas geralmente eram suprimidas. Por nem sempre ser ensinada, surgem questionamentos como: Será que a formação do professor não influenciaria seu ensino? E ainda será que esse professor sabe, ou aprendeu conteúdos suficiente de Geometria? Esse professor possui conceitos necessários para ensinar Geometria?

O estudo da geometria é fundamental na educação ao falar de seu ensino na Educação Infantil por exemplo, Lorenzato (1995, p. 3) enfatiza que “[...] o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão[...]”, circunstância que se desdobra em um “círculo vicioso” do ensinar e aprender, pois, segundo ele quem não estudou em sua geração, a Geometria, também não saberá como ensiná-la.

O ensino de Geometria ainda hoje, geralmente é construído de maneira formal, e neste aspecto o professor configura-se apenas em um transmissor de teoremas, teorias e postulados, tudo isso mediante concepções de ensino arcaicas e descontextualizadas. Diante disto, a abstração e generalização ocasionadas por aulas tradicionais e formais, o aluno, o estudante terá dificuldade de observar esses conteúdos como estruturantes que possibilitam a compreensão e a sua relação com o espaço, Fainguelernt (1999, p. 20) relata que “A Geometria é considerada uma ferramenta para a compreensão, descrição e inter-relação com o espaço em que vivemos”.

Ainda segundo Fainguelernt (1995), estudar geometria exige do estudante raciocínio específico que considere a exploração, a descoberta não sendo um estudo linear, padronizado, pois, depende do desenvolvimento individual de cada um, uma vez que “[...]do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização” Fainguelernt (1999, p. 22).

Das reflexões inerentes a esta temática tornou-se perceptível, que essa área da Matemática parece ter sido relegada a um segundo ou ainda outro plano,

mostrando uma desconsideração com esse conhecimento e a essencialidade da Geometria na formação do indivíduo que precisa conhecer seu mundo e vivenciar experiências. A autora Fainguelernt (1999) considera que o estudo da Geometria só é possível havendo o intermédio da exploração do espaço, condição que nem sempre é vista nas escolas básicas enquanto parte da formação humana e ainda enquanto ser humano que conheça seu espaço.

Quando muitas concepções condizem com uma visão estereotipada que mostram a Matemática como Ciência pura e acabada, sendo ainda objeto de estudo para poucos, os impasses relativos ao seu ensino e aprendizagem desdobram-se, pois, as fragilidades do sistema educacional corroboram para significativas lacunas nos currículos.

Os estudos referentes a Matemática carecem ser desempenhados de uma forma sistematizada no decurso de todo o Ensino Fundamental, e coexistindo com a aplicação de métodos que viabilizem as experiências e vivências, haja vista que o pensamento abstrato teoricamente deverá aparecer no Ensino Médio, estimado na faixa etária de 14 a 18 anos, em conformidade com a teoria de Piaget como observa Fainguelernt (1995, p. 53) “[...] portanto é necessário que as atividades matemáticas os auxiliem na passagem do pensamento concreto para o pensamento abstrato”. Além disso, Fainguelernt (1999), defende que os processos de abstração e a generalização só são desenvolvidos após a aprendizagem e construção dos conceitos, bem como por meio da percepção e intuição de experimentos concretos que possibilitem a exploração das representações usando o raciocínio lógico.

Pavanello (2004), ao escrever um artigo com o título “Que Geometria pode ser significativa para a vida?”, demonstra preocupar-se que a escola parece ensinar as crianças a reprodução e não com situações investigativas que possam contribuir com o crescimento individual de cada aluno.

Hoje, existe consenso entre os educadores sobre a necessidade de se abordarem as questões matemáticas a partir de situações do cotidiano. Porém, não é qualquer tratamento dos conteúdos que proporciona aos alunos a possibilidade de construir significativamente os conceitos matemáticos. (PAVANELLO, 2004, p. 6)

Fonseca *et al.*, (2002) comenta ser comum relacionar a geometria com os aspectos cotidianos e assim usar este recurso como suporte para seu ensino, porém,

sua importância ultrapassa o uso imediato da vida cotidiana. A autora cita Freudenthal (1973) para mostrar que concorda com a relação geometria e cotidiano:

A geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender como matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até que possam de algum modo ser dispensadas, as formas no espaço são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta (FREUDENTHAL, 1973, *apud* FONSECA, *et. al.*, 2002, p. 92 -93).

Observa-se que apesar das aplicações diversas no cotidiano e em tecnologias, a Geometria ensinada na escola ou ainda de forma científica, ao que parece não pode ou costuma ser empregada de forma prática, entretanto, a Geometria oferece a generalização e abstração necessárias a muitos outros conteúdos matemáticos e ainda se configura como valioso artifício para que se aprenda e apreenda o espaço que envolve todos os seres.

1.3 Trajetória da Pesquisa

Para qualquer pesquisa científica a ser organizada num processo metódico investigativo, faz-se necessário apontar os rumos do percurso da mesma, para a autora Minayo (2002, p. 17) a pesquisa pode ser definida como “[...] atividade básica da Ciência na sua indagação e construção da realidade. ”, e para Gil (2002, p. 17) é definida “[...] como o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos.”. Para o mesmo autor há a solicitude de pesquisas quando o “problema” proposto sobre o objeto de estudo não possua respostas suficientes ou ainda que as “informações” a respeito do mesmo não estejam devidamente organizadas, dificultando a sua efetiva relação com o “problema”. Na obra de Minayo (2002), considera-se que apesar da pesquisa encontrar-se em universo teórico está “vincula pensamento e ação”.

A investigação bibliográfica feita por meio de leituras e estudos teóricos pode apontar caminhos para novos trabalhos e ainda novas metodologias de trabalho, pois, o pesquisador ao estudar tem a intenção de melhorar sua prática e até mesmo propor novos objetos de estudo que possam contribuir com o ensino e também a

aprendizagem, nesse contexto.

Como salientado a pesquisa escolhida na estruturação deste trabalho configura-se de forma bibliográfica e considera uma abordagem qualitativa e em seu decorrer contemplou aportes predominantemente teóricos, sem, contudo, desvalorizar o meio do pesquisador que também observa de modo subjetivo e de acordo com suas particularidades. A investigação foi organizada considerando-se um processo metódico, para que se pudesse apontar o caminho da pesquisa, nesse caso, foi escolhido pelo tipo de objeto a ser estudado e seguindo essa perspectiva, Triviños (2015) aponta também a necessidade de se revisar a literatura:

O apoio da literatura para elaborar as 'bases teórico-metodológicas' é importantíssimo, não só porque essa revisão preliminar mais ou menos aprofundada descobrirá e indicará os suportes teóricos do estudo, mas também porque definirá com clareza as dimensões e perspectivas que apresenta o problema. (TRIVIÑOS 2015, p. 92)

Para Triviños (2015) mesmo diante da importância da investigação, não se pode fornecer orientações exatas, pois, cada situação dispõe de características e possibilidades próprias, sendo assim, para a pesquisa não se tem receitas prontas, inertes, acabadas e absolutas, mas sim, à luz teórico-metodológico observar preliminarmente o objeto de estudo e compreendê-lo acima de tudo.

As motivações para as execuções de pesquisas são inúmeras, a escolha dos processos metodológicos para quaisquer produções de estudos é realizada por intervenção daquilo que se espera do mesmo. À sombra das reflexões de Gil (2002) e Minayo (2002) e ainda Triviños (2015), a abordagem empreendida nesta pesquisa é de cunho bibliográfico.

Para além dos estudos teóricos, interpreta-se que o pesquisador precisa atentar-se àquilo que compreende durante o período de investigação da pesquisa, para não efetuar registros e análises acometidas por excessos de confiança em seus julgamentos, muito menos que procure esgotar o objeto a ser estudado em sua plenitude, averiguando continuamente um modo de equilíbrio entre o que se contempla e compreende e aquilo que mostrará à academia.

Pretende-se então abordar alguns estudos anteriormente realizados a respeito dos poliedros: "Prismas e Pirâmides" na área da Geometria Espacial, considerando tanto seu Ensino como sua Aprendizagem, visto que, tal assunto de

maneira geral foi excluído da matriz curricular de ensino brasileiro por um período da História da Educação, e conseqüentemente deixou uma herança negativa resultante da época supracitada. A mesma dispõe de um caráter teórico visando propor uma abordagem à luz da BNCC (2017) ao estudo dos sólidos geométricos aqui abordados e plausível contribuição acadêmica para as pesquisas futuras relacionadas a este tema.

Assim, sob reflexão das análises se evidencia que nesta qualidade de pesquisa há por praxe identificação das fontes examinadas, verificando a adequação das mesmas para o desenvolvimento do estudo que está sendo realizado. Sabe-se que não se deve meramente expor informações sobre o que foi publicado, mas dispor de uma apreciação do material que foi consultado, para tanto, pretende-se promover o diálogo entre os textos escolhidos de acordo com a visão do pesquisador responsável por este trabalho.

2. O Estudo da Geometria Espacial nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Componente da Geometria, a Geometria Espacial pesquisa e analisa figuras tridimensionais no espaço, isto é, que possuem três dimensões, altura, comprimento e largura. Estas formas estão presentes no dia a dia de quaisquer indivíduo ainda que não sejam realizadas as devidas conexões cognitivas sob a percepção delas. A vivência e a experimentação com esta realidade ocorrem desde os primeiros anos de vida da criança, os conceitos de localização, tamanhos, cores e formas vão se configurando a partir de então e tangendo novas consciências a respeito destes conceitos.

Frente ao desenvolvimento e o progresso da assimilação geométrica, os estudantes podem adquirir habilidades como criticidade do pensamento geométrico e conseqüentemente ser capazes de identificar e associar algumas formas neste contexto. Por este ângulo a recapitulação e a discussão de algumas concepções tais como simetria, paralelismo, proporcionalidade, regularidades, plano e espaço, dentre outros conceitos, são fundamentalmente necessários para o avanço na compreensão deste conteúdo.

[...] O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (BRASIL, 2000, p. 127).

Na esfera da educação escolar nível fundamental primeira fase, os estudos que envolvem a Geometria não abrangem fórmulas teóricas ou ainda complexas definições científicas o que colabora com a viabilidade do trabalho desta a partir de experimentações e a ludicidade, fatores essenciais para a compreensão das crianças. “Ressalta-se ainda, nessa fase inicial, a importância da Geometria na percepção das crianças sobre os movimentos e no desenvolvimento da capacidade de experimentação e estruturação de relações com objetos sólidos”. (JELINEK, KAMPFF, 2009, p. 77)

Neste cenário a abordagem do uso, construção e manuseio de materiais concreto empregados no intuito da estruturação do ensino aprendizagem, refletem em

um modo lúdico e incentivador de aprender, tornando a intensidade da construção do pensar geométrico mais dinâmico e significativos ao aluno. Sobre a confecção das representações dos sólidos geométricos e seus efeitos:

[...]a partir da realidade da construção dos sólidos geométricos se permite aos alunos por meio da visualização e manuseio dos mesmos processarem as informações, transformando-as através da análise e da reflexão em uma ação de apropriação de conhecimento. (SCHRÖETTER, STAHL e DOMINGUES, 2016, p. 61)

Ainda neste capítulo, em vista da proposta da abordagem aos “Prismas e Pirâmides” será realizada uma breve introdução à BNCC (2017) haja vista a intenção preliminar de usá-la como ótica para esta abordagem.

2.1 A Base Nacional Curricular Comum e o Ensino da Geometria Espacial

A BNCC 2017 (Base Nacional Comum Curricular) foi elaborada por especialistas em discussão com a sociedade. De cunho normativo estabelece “o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver” BNCC (2017, p. 7) no decorrer de sua carreira estudantil na Educação Básica. Pretende e reforça assim como outros documentos a seguridade dos “direitos de aprendizagem e desenvolvimento”. Está fundamentada em outros preceptores e ou legislações da Educação como PNE, LDB, DCN e CF 1998. E ainda conforme a diretiva está orientada:

[...] pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN)². (BNCC 2017 p. 7)

Assim como, articula ainda sobre a fragmentação de políticas públicas educacionais nas três esferas do governo e apresenta-se como possível ferramenta para desfragmentação destas.

Nesse sentido, espera-se que a BNCC ajude a superar a fragmentação das políticas educacionais, enseje o fortalecimento do regime de colaboração entre as três esferas de governo e seja balizadora da qualidade da educação.

Assim, para além da garantia de acesso e permanência na escola, é necessário que sistemas, redes e escolas garantam um patamar comum de aprendizagens a todos os estudantes, tarefa para a qual a BNCC é instrumento fundamental. (BNCC 2017, p. 08)

Na busca da formação de um cidadão completo, este documento declara comprometimento com a educação integral na Educação Básica sem se limitar à questão do tempo de permanência na escola, mas em uma formação integral que englobe a pluralidade das diversidades, o desenvolvimento das aprendizagens que transcenda o campo das teorias, reconhecendo a singularidade do aluno, assim como a pluralidade e integralidade. Nesta perspectiva a BNCC afirma:

Assim, a BNCC propõe a superação da fragmentação radicalmente disciplinar do conhecimento, o estímulo à sua aplicação na vida real, a importância do contexto para dar sentido ao que se aprende e o protagonismo do estudante em sua aprendizagem e na construção de seu projeto de vida. (BNCC 2017, p. 15)

Para avançar na compreensão e estudo desta pesquisa considera-se necessário conceituar (competência) sob a visão da BNCC.

Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BNCC 2017, p.08)

Durante a Educação Básica este documento formula dez competências básicas gerais a serem desenvolvidas por meio das aprendizagens essenciais, em um contexto pedagógico estas articulam os direitos a aprendizagem e o desenvolvimento dos estudantes. Tais competências correlacionam-se e se empenham no processo didático pensado para cada etapa da Educação Básica “articulando-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores, nos termos da LDB” BNCC (2017, p. 9), em consonância às competências estabelecidas este entende que a educação deve reiterar valores e despertar o interesse para ações que promovam o desenvolvimento de uma sociedade mais humana, igualitária, justa e consciente à preservação do meio ambiente.

Esta pesquisa ainda contribui na idealização de sua proposta com uma abordagem para reflexão de ao menos uma destas competências gerais, orientação desta diretiva de 2017 que articula, as decisões concebidas pedagogicamente devem

convergir para o desenvolvimento destas competências, e expressar transparentemente indicações sobre o que o aluno deve “saber” e o que ele deve saber fazer. A clareza sobre o intuito das competências oportuniza um referencial para consolidação de práticas que garantam êxito das aprendizagens essenciais estabelecidas na BNCC (2017). Então com efeito de inspiração a esta pesquisa destaca-se a competência geral 2:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BNCC 2017, p. 9)

A primeira etapa da Educação Básica compreendida pela BNCC é o Ensino Fundamental - anos iniciais, nesta fase ao enaltecer a ludicidade na aprendizagem e destacar a necessidade da “articulação com as experiências vivenciadas na Educação Infantil” de modo a alcançarem gradual estruturação e o desenvolvimento das relações sociais vivenciadas pelos alunos, bem como, a amplitude dos processos de oralidade, compreensão, argumentação, elaboração e testes de hipóteses de modo argumentativo, algumas das condições dinâmicas para sustentação de edificações cognitivas plausíveis. Simultaneamente a estas praxes relacionadas à “aprendizagem e ao desenvolvimento”, durante a construção dos currículos e as propostas pedagógicas é necessário pensar ações que garantam uma trajetória ininterrupta do ensino aprendizagem entre as ambas modalidades do Ensino Fundamental, defende este documento.

Haja vista ser o Ensino Fundamental - anos finais a modalidade de ensino compreendida por esta pesquisa, considera-se viável esclarecer que para a atual BNCC esta categoria é sistematizada em cinco áreas do conhecimento e as mesmas interligam-se empenhadas na formação integral dos alunos, no entanto, possuem liberdade para manter suas especificidades. Das áreas existentes este trabalho disserta apenas sobre um objeto de conhecimento do componente curricular Matemática presente na área Matemática.

No componente Matemática, o saber matemático é fundamental a todos os estudantes da Educação Básica tanto por sua ampla contribuição à sociedade, ou seu potencial em oferecer ferramentas para o desenvolvimento de sujeitos críticos e autoconscientes de suas relações sociais. Está não deve ser interpretada apenas

como uma disciplina que contemple unicamente os estudos de números e conjuntos complexos de fórmulas concentrados exclusivamente em quantificar, seu papel transcende estes conceitos e engloba “[...] a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos” (BNCC 2017, p. 265).

Esta diretriz estipula de igual forma às competências gerais, outras competências específicas para todas as áreas do saber em todas as modalidades de ensino compreendidas pela Educação Básica. Para a Matemática do Ensino Fundamental, entre as oito existentes a competência número 3 versa sobre compreender as diferentes áreas da Matemática e suas relações. Uma destas a Geometria, objeto de estudo deste trabalho.

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções (BNCC 2017 p.269)

Em busca da consolidação das habilidades matemáticas a serem desenvolvidas na categoria Ensino Fundamental a BNCC correlaciona cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística, que no decorrer desta modalidade de ensino norteiam e formulam estas habilidades.

Dentre estas cinco unidades temáticas da Matemática, para este estudo se evidencia a Geometria, para a BNCC (2017), esta compreende a análise de um imenso número de concepções e técnicas para resolução de diversos questionamentos do “mundo físico” e por similaridade diversas ciências. Deste modo, nesta unidade será explorado o posicionamento e deslocamento no espaço.

As representações e relações entre componentes da Geometria Plana e Espacial mutuamente colaboram para o aperfeiçoamento das noções geométricas dos estudantes, pensamentos estes que se iniciam logo na primeira infância, é por meio deste que há o enriquecimento das concepções geométricas, assim como o progressivo pluralismo de argumentos válidos e ascensão da competência investigativa das propriedades geométricas. De igual forma há a necessidade de que o estudo da Geometria alcance perspectivas práticas, pois, a aprendizagem significativa desta

área corrobora de maneira geral para o desenvolvimento linear do pensamento geométrico dos alunos.

Apenas na intenção de salientar a importância do contínuo sequenciamento da aprendizagem geométrica principiada na educação infantil, ainda segundo o documento nos anos iniciais desta modalidade há a perspectiva que os estudantes distingam e estipulem referenciais para o posicionamento e “deslocamento de objetos”, que saibam utilizar e orientar-se no espaço experimentado por meio de instrumentos de localização, e, por conseguinte, tenham noções de espaço e distância.

Pretende-se também que os alunos percebam as características das figuras geométricas em duas e em três dimensões, e correlacionem as formas geométricas às suas planificações. De igual modo espera-se que identifiquem e estabeleçam comparações dos polígonos por intermédio de suas propriedades básicas tratadas nesta fase.

Cientes disto, a respeito do estudo da Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, para o mesmo documento estima-se que sigam em progressiva concretização e amplificação das aprendizagens adquiridas na etapa anterior. Nesta segunda etapa as teorias que envolvem o estudo da Geometria também abrangem formulações intrínsecas a seus conceitos, no entanto, esta não deve ficar aprisionada a fórmulas geométricas para cálculos de área e outras propriedades ou mesmo exercícios meramente quantitativos, há de se considerar também as possibilidades das resoluções geométricas.

Para esta pesquisa selecionou-se dentre os objetos de conhecimento da unidade temática Geometria os “Prismas e Pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)” para estudo. Destes objetos esperam-se as habilidades abaixo descritas na (BNCC 2017 p. 302):

- (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

Assim, a BNCC (2017) se caracteriza como documento essencial no suporte e na fundamentação e objetivos desta proposta. Pois, por intermédio das competências e habilidades esperadas, visto que de caráter normativo torna-se fundamental no planejamento do ensino e garantia da aprendizagem. Por

consequente, aspirando proficiência nas estruturações destas aprendizagens, evidencia-se a essencialidade de inter-relações naturais tanto das unidades temáticas quanto das competências esperadas nas etapas da Educação Básica.

3. O ESTUDO DE PRISMAS E PIRÂMIDES

Neste capítulo será abordado os conceitos envolvendo o estudo de Prismas e Pirâmides, observando seus conceitos e planificação sob prisma basilar, portanto, desprovidos da complexidade das definições científicas. Refletindo sobre a importância de estudos geométricos tridimensionais para a compreensão dos objetos da vida cotidiana.

Para Broitman e Itzcovich (2011), o estudo das figuras e dos corpos geométricos deve observar a análise dos mesmos objetos, porém, com relações geométricas diferentes que dependem do estudo que se deseja aprofundar. Para os autores, é necessário o estudo de corpos que rolam e que não rolam, o estudo de suas faces e ainda o estudo de figuras, considerando quantidade de lados, ângulos e outras propriedades.

Broitman e Itzcovich (2011), dizem que existe forte tendência ao trabalho com desenhos de figuras geométricas e também de representações tridimensionais ou bidimensionais dos corpos, porém, o trabalho exclusivo com desenhos pode ocasionar aos estudantes confusões relativas a este conteúdo, visto que existem diferenças entre os objetos geométricos e igualmente suas representações. O professor deve compreender que as figuras e corpos, são na verdade objetos abstratos por serem ideais e não reais, e ao desenhá-los e ainda construí-los, muitas propriedades se perdem, pois, a abstração do conceito não permite que ele seja visualizado de forma correta no real, o que se faz na verdade, são representações de figuras, formas e corpos. Sendo assim o trabalho com essas representações, através de desenhos ou construções deve ser cuidadosamente preparado, para que não haja confusão, pois, esse estudo, segundo os autores, não é simplesmente a manipulação de tais objetos, por não ser uma atividade motriz e nem tampouco perceptiva.

Smole e Diniz (2016), observam que os primeiros contatos das crianças não são com as formas planas, o manipular de peças de encaixes, de montar por exemplo, são materiais manipulativos que possuem faces planas, porém, são projeções de corpos geométricos e não formas e/ou figuras planas. Segundo as autoras, por esse motivo algumas propostas curriculares mostram a necessidade de se partir de objetos que sejam cotidianos, para o estudo da Geometria ao invés de iniciar análises pela Geometria Espacial.

Dessa forma, no decorrer deste capítulo tende-se a esclarecer algumas ideias, conceitos e ainda apresentar algumas propostas para o ensino de Geometria Espacial.

3.1 Prismas e Pirâmides: alguns conceitos

Ao pensar em uma Geometria possível na natureza e ainda noutros ambientes do mundo real, é necessário que se pense sobre a tridimensionalidade e as formas e corpos tridimensionais. Para Pires, Curi e Campos (2000), as formas tridimensionais além se caracterizarem por três dimensões, compreendidas como comprimento, largura e altura, podem ter seus interiores preenchidos ou não e os definindo como figuras “ocas ou não”, sendo estas “não ocas” entendidas como representações de sólidos geométricos, aqueles que possuem interior preenchido, existindo ainda nesta categoria o grupo dos poliedros e dos corpos redondos.

Sob o ponto de vista de SMOLE (2003, p. 239) os poliedros “são formas espaciais sólidas delimitadas por superfícies planas poligonais” e para tanto se define poligonais a partir do grego como *POL* = muitas, e *EDROS* = faces. E dentro do tópico poliedros estuda-se os prismas e as pirâmides.

Os Prismas são nomeados de acordo com o formato de sua base, dessa forma, os prismas podem ser: triangulares, quadrangulares, pentagonais etc. São chamados prismas desde que apresentem pelo menos duas faces paralelas e congruentes, suas faces laterais sempre serão paralelogramos. Como mostra a representação da figura a seguir:

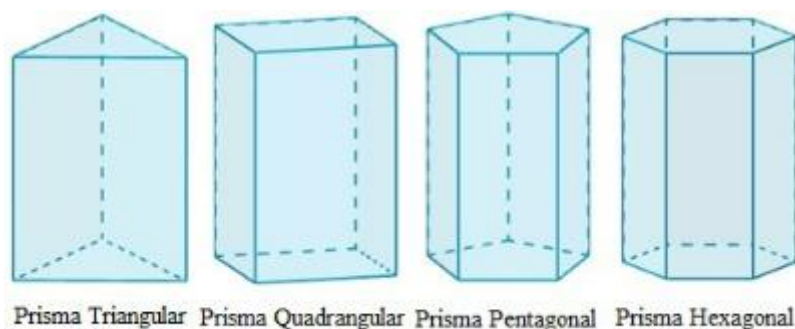


Figura 1. Representação dos Prismas
Fonte: <https://www.todamateria.com.br/prisma/>

Já as pirâmides são poliedros em que as faces laterais são formadas por apenas triângulos, tendo sempre o vértice em comum, e a base pode ser um polígono qualquer, como: base triangular, quadrangular, pentagonal etc. Além dos prismas e pirâmides tem-se ainda poliedros chamados de regulares, sendo eles: o cubo, o tetraedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro, e ainda os irregulares que não serão abordados neste estudo.

As pirâmides são representadas da seguinte forma:

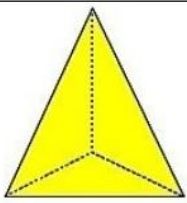
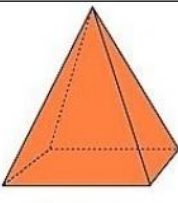
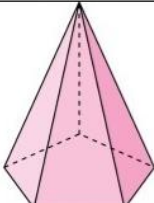
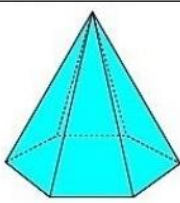
Pirâmide Triangular	Pirâmide Quadrangular regular	Pirâmide Pentagonal regular	Pirâmide Hexagonal regular
			
Base: Triângulo	Base: Quadrado	Base: Pentágono	Base: Hexágono

Figura 2. Representações de Pirâmides

Fonte: <https://www.passeidireto.com/arquivo/57256213/geometria-espacial>

Considerando (SMOLE 2003, p. 239), os conceitos de arestas, faces e vértices são e podem ser compreendidos respectivamente como:

- Arestas: “As superfícies poligonais que delimitam o poliedro interceptam-se em lados dos polígonos”;
- Faces: São as superfícies planas poligonais que delimitam o sólido geométrico;
- Vértices: “Os pontos na intersecção de três ou mais arestas”.

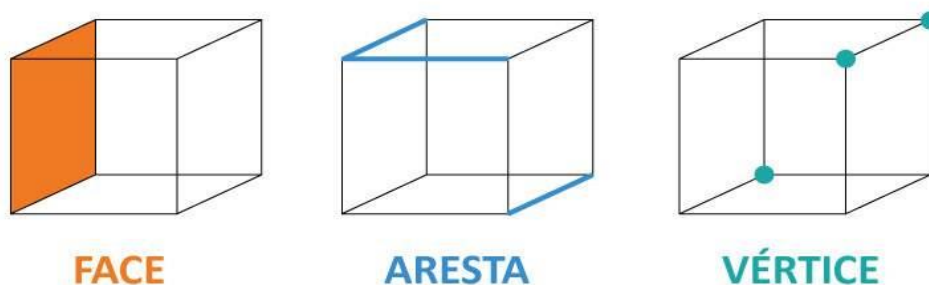


Figura 3. Representações: face, aresta e vértice

Fonte: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/cubo>

A Geometria não deve ser explorada solitariamente em Matemática, por intermédio de sua abordagem o professor poderá fortalecer a compreensão de outros assuntos e introduzir novos conceitos, abarcando a contextualização e/ou a interdisciplinaridade, para melhorar a assimilação do conteúdo. Como afirma o autor:

A Geometria tem função essencial na formação dos indivíduos, pois lhes possibilita uma interpretação mais completa do mundo, ativa as estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais, para os processos de abstração e generalização. No entanto, é abordada, na maioria das vezes, como tópico separado dos demais conteúdos. (LORENZATO, 1995, P. 7).

A análise e o estudo destes sólidos perpassam pela geometria plana, metodologia crucial para assimilação da ideia de tridimensionalidade, pois, as faces de qualquer corpo tridimensional são bidimensionais, porém, a utilização exclusiva de figuras planas torna-se teoricamente um meio árduo e complexo tanto para o êxito das estratégias de ensino do educador, quanto ao educando que observa tais figuras subjetivamente.

Diante desta exposição é essencialmente relevante que o professor utilize recursos pedagógicos práticos num sentido diretivo, para estimular e consolidar o processo de ensino aprendizagem. Para isto, durante a planificação de sólidos, temática comum no currículo desta modalidade e objeto de estudo deste tópico na BNCC o contato e construção destas representações de sólidos geométricos proporcionam ao estudante uma visualização analítica deste conteúdo, corroborando para incitação e criticidade do pensamento geométrico. Tal como temos a seguir:

O uso de materiais concretos, com os quais o estudante possa manusear, realizar transformações e obter conclusões, é de importância capital para desenvolver hábitos de pensamento geométrico. Assim, partir de planificações e construir sólidos geométricos, bem como o inverso, partir de objetos de uso comum e planificá-los, pode ser outro recurso didático para o desenvolvimento de Geometria Espacial. (LEIVAS, 2012 p. 11)

Nesta intenção o uso de embalagens comerciais além de um recurso barato e fértil é uma ferramenta possível para abordar a planificação, os conceitos de faces, vértices e arestas e ainda suas relações com a base. FONSECA (2005, p. 42) afirma que: “[...] Busca-se proporcionar aos mesmos a possibilidade de compreender os conceitos geométricos através da visualização, manipulação e observação das diferentes formas geométricas que são encontradas nas embalagens.” Frente a está

possibilidade o educador poderá representar as figuras planas e revisar tais conceitos classificando e identificando as faces que compõem estas figuras, assim como os demais componentes, possibilitando a percepção geométrica, verificando que na união delas há a projeção de figuras tridimensionais.

A contextualização e/ou a aplicação da Matemática são elementos comumente discutidos no âmbito da Educação Matemática, fatores presentes ainda nas ações estratégicas convergentes com os currículos. Logo se recomenda a BNCC (2017, p. 16), “contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos[...]”, com base nesta ação esta pesquisa propõe o trabalho das representações de sólidos geométricos por meio de material manipulativo, instrumento proporcionador de aspectos da ludicidade.

3.2 Uma Proposta Educacional: “A geometria dos Prismas e Pirâmides, usando Material Concreto”

Em um contexto teórico idealizando o contexto prático, a oferta sugestionada por esta pesquisa representa uma possível sequência didática que contemple um modo alternativo para o estudo dos Prismas e Pirâmides no Ensino Fundamental 6º ano, podendo ao interesse do professor ser transportada para os ares da interdisciplinaridade. Em suma, a proposta pedagógica aqui abordada se resume na produção e confecção de esculturas originadas do estudo e análise destes, o que propiciaria aos alunos o fortalecimento da criticidade, representatividade e amplitude de horizontes sobre a Geometria. O ideal é que a prática desta abordagem seja realizada em sincronia com a teoria decorrente destes sólidos geométricos, no entanto, cabe ao educador optar pelo seu mais viável gerenciamento.

Na intenção de disponibilizar esta proposta, o questionamento central que norteou os rumos desta metodologia é: Como trabalhar os conceitos de “Prismas e Pirâmides” de forma criativa e crítica e ainda avivar o interesse dos alunos para esta temática, utilizando material concreto?” Em um segundo momento ao se pensar sobre essa proposta educacional, os questionamentos sobre os objetivos da mesma também apareceram, nesse sentido, e com base nas competências e expectativas

das habilidades abordadas descritas na BNCC (2017), para os objetos de estudo escolhidos, em relação ao processo de elaboração desta proposta considera-se objetivos para futura execução ou inspiração desta:

Objetivos gerais:

- Aprimorar a compreensão acerca dos “Prismas e Pirâmides”, proporcionando elementos estruturadores na contribuição e elaboração de atividades que incentivem o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Objetivos específicos:

- Aprimorar o pensamento geométrico lógico matemático ao analisar os elementos que compõem os sólidos compreendidos (face, aresta e vértice);
- Distinguir os diferentes planos (lateral, frontal e superior) destas figuras tridimensionais, relacionando-os aos seus polígonos base a partir de planificações;
- Confeccionar representações de sólidos geométricos em material manipulável, que permita ao aluno elaborar análises das propriedades e características dos objetos construídos, e externar sua criatividade artística por meio destes materiais didáticos manipuláveis.

Para Smole e Diniz (2016), os materiais manipulativos e/ou concretos são representações de ideias assim como as figuras e desenhos, porém, sabe-se que toda e qualquer forma de se representar entes geométricos são na verdade idealizações do que são no mundo da abstração. As autoras explicam que os materiais didáticos manipulativos devem ser escolhidos não como um fim em si mesmos, mas com o objetivo de promover reflexão sobre o conteúdo de forma lúdica e significativa.

O trabalho com material manipulativo poderá distinguir a variação das representações, figuras geométricas espaciais e as figuras planas que as compõem, habilidade requerida pela BNCC (2017) em Matemática. O uso destas como materiais pedagógico, estabelece uma forma lúdica na proposição de trabalho com estes sólidos, significando esta aula. No entanto, o manuseio deste material pedagógico desempenha função suplementar, portanto, sua abordagem requer planejamento para que alcance seus objetivos e não se desdobre em uma “aula de brincar”, e para este fim o uso deste recurso deve estar intrinsecamente relacionado à teoria dos conteúdos explorados.

O método escolhido para estruturar organizacionalmente esta proposta pedagógica com material concreto está à perspectiva do artigo “Os três momentos pedagógicos e o contexto de produção do livro “Física”” de Muenchen e Delizoicov (2014), que expõem contextos e características deste. Os “Três Momentos Pedagógicos (3MP) ” a princípio esta dinâmica teve sua abordagem realizada por Delizoicov (1982, 1983), que diz “[...] ao promover a transposição da concepção de educação de Paulo Freire para o espaço da educação formal[...] Muenchen e Delizoicov (2014, p. 620) ”. Deste modo apoiadas sob Muenchen e Delizoicov (2014) este pode ser assim considerado:

- 1º momento - “Problematização Inicial”: Instante para condução e promoção de indagações ou vivências inerentes ao tema e para tal é fundamental “[...] fazer com que ele sinta a necessidade da aquisição de outros conhecimentos que ainda não detém” (MUENCHEN e DELIZOICOV, 2014, p. 620).
- 2º momento - “Organização do Conhecimento”: Neste ponto mediante condução do educador são discutidos os “conhecimentos” essenciais para entendimento do conteúdo proposto e aspectos da “problematização inicial” são colocados em análise. “Do ponto de vista metodológico, para o desenvolvimento desse momento, o professor é aconselhado a utilizar as mais diversas atividades[...]” (MUENCHEN e DELIZOICOV, 2014, p.624).
- 3º momento - “Aplicação do Conhecimento”: Instante propício para tratar metodicamente aquilo que o estudante absorveu e traçar análises sobre o processo abordado de forma que “o aluno perceba que o conhecimento, além de ser uma construção historicamente determinada, está acessível para qualquer cidadão” (MUENCHEN e DELIZOICOV, 2014, p.624).

Espera-se que o conteúdo distribuído em momentos, possa colaborar para uma melhor organização do método de ensino e aprendizagem, e por acreditar na colaboração e possibilidade de eficiência desta dinâmica esta foi escolhida para detalhar a proposta educacional sugestionada.

3.3 Sugestão para o desenvolvimento do trabalho

Para sequenciar o desenvolvimento desta sugestão educacional. Opta-se por uma sequência didática seccionada em momentos, salienta-se adequação e inspiração sob os “Três Momentos Pedagógicos (3MP)”, e para tal não há uma correlação obrigatória a número de horas aula, pois, estes momentos são de percepção pessoal do educador tendo em vista sua disposição e tempo em seu planejamento. Considerando isso seguem as descrições do proposto:

- 1º momento:

Previamente à aula de Prismas e Pirâmides, no planejamento de aula o professor diante da viabilidade do trabalho com material didático manipulável, deverá em uma visão avaliativa ponderar se a atividade sugerida será em grupo ou individual, refletindo sobre os objetivos propostos, disponibilidade dos materiais e/ou espaço, face a estas prerrogativas o educador pode visualizar o direcionamento do plano.

Compreende-se a necessidade prévia à apresentação de conteúdo, um levantamento do nível de compreensão do público-alvo sobre o assunto abordado, com este propósito alguns educadores recorrem a “roda de conversa”, um tipo de “sondagem”, artifício sugestionado por esta pesquisa. A troca de experiência durante este diálogo reverbera em uma melhor condução do conteúdo e tomada de decisões sobre a aula e ainda a valorização das experiências.

Esta atividade propõe uma sondagem e avaliação de diversos conhecimentos dos alunos em relação ao conteúdo de Geometria básicos, na tentativa de estabelecer conexões entre conceitos e entes geométricos e coisas concretas, de modo a proporcionar uma visualização que contribua para a compreensão desses conceitos e entes. (FONSECA, 2005, p. 84)

Logo, pondera-se por questionamentos e criação de contextos que envolvam tópicos sobre a Geometria Plana, como linha, plano e superfície e igualmente alguns pontos da Geometria Espacial para assim permitir que nesta problematização inicial o educador observe o nível de entendimento e reconhecimento das representações de figuras planas e espaciais entre outros pontos particulares e essenciais a assimilação desta temática.

- 2º momento:

Após discussão diretiva da temática recomenda-se a retomada do conceito da planificação, uma opção para otimização do tempo é disponibilizar moldes impressos, havendo uma diversidade considerável destes disponíveis na internet

gratuitamente e ainda como abordado previamente a planificação por intermédio das embalagens comerciais. Porém, outra opção a ser considerada pelo educador é a possibilidade do desenho e pintura, visto que é uma prática comum para aflorar a criatividade. Retoma-se neste ponto a competência geral 2 da BNCC (2017):

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BNCC 2017, p. 9)

Por intermédio da planificação o aluno poderá exercer a curiosidade pois, precisa construir e traçar eixos cognitivos para a concretização de argumentos para concretização do conhecimento geométrico, e assim averiguar as possibilidades dispostas e perceber que as representações de figuras sólidas podem ser destrinchadas em representações de figuras planas, reflexões interpostas incentivada pela observação e manipulação das planificações. De igual forma é um instante propício à reflexão sobre a habilidade (EF06MA17) da BNCC (2017), quanto a verificação do número de faces, vértices e arestas das representações dos poliedros abordados e as relações destes seus componentes com o seu polígono base.

Para esta atividade são substanciais o uso de ao menos alguns destes: cartolinas ou outro material alternativo, lápis de cor, giz de cera, palitos, tintas guache, pincéis, tesouras, régua e colas, que devem previamente serem solicitados aos alunos, ou se possível disponibilizados pela escola.

- 3º momento:

Com intuito de inserir o aluno nestas atividades e avivar seu interesse pelo processo, assim como sua percepção espacial, criatividade e aperfeiçoamento de seus conhecimentos, ressalta-se o monte e desmonte das representações das figuras geométricas, provocando neste instante diálogos reflexivos sobre a composição destas e construções de representações dos sólidos geométricos abordados partindo da análise dos conceitos de faces, arestas e vértices, compactuando com a visão dos autores:

Nesse sentido, aliando a teoria à prática, a construção de sólidos geométricos pelo educando além de permitir o manuseio e a descoberta das propriedades, possibilita fazer a distinção entre as formas espaciais dos sólidos e as formas planas das suas faces, estabelecer diferença entre figuras tridimensionais e

bidimensionais, nomear os sólidos, identificar arestas e vértices, além de perceber as semelhanças e diferenças existentes entre eles. (SCHRÖETTER, STAHL e DOMINGUES, 2016, p. 60 e 61)

Como resultado do montar e remontar os sólidos confeccionados, propõe-se que sejam solicitados aos alunos a confecção de esculturas livres com as representações dos poliedros trabalhados, exteriorizando sua capacidade criativa, é relevante que se promova discussões sobre as propriedades destes sólidos. Contudo, apenas fornecendo os caminhos para estas investigações pois, as conjecturas haverão de ser formadas pelos estudantes.

Este é o último estágio, no entanto não é o fim desta aprendizagem, ao ocasionar discussões e elaborações participativas sobre as atividades, permitem aos alunos progredirem e sentirem-se estimulados a se envolver na dinâmica dos processos matemáticos.

Quanto ao processo avaliativo dos estudantes esta é uma atividade que permite a avaliação contínua, haja vista que o processo envolve inúmeros aspectos como interação, participação, construção, discussão participativa, dentre outros. O resultado deste percurso é um cenário favorável as dúvidas e aos erros, fatores essenciais nas validações do ensino aprendizagem, neste momento o professor assume um papel mediador, realizando questionamentos que ascendam para reflexões que estabeleçam caminhos para prováveis soluções, possibilitando que os alunos sejam agentes do processo abordado.

Deste contexto os resultados alcançados poderão ser divergentes, haja vista que cada indivíduo é único e deste modo o produto das propostas pedagógicas também, porém, faz-se necessário valorizar todo o processo percorrido e reconhecer as oportunidades contidas nas possíveis “falhas”.

3.4 Possibilidades resultantes em “A Geometria dos Prismas e Pirâmides, usando Material Concreto”

As possibilidades resultantes utilizando o material concreto são inúmeras e da observação destas pode ocorrer a transposição visual das figuras do livro para imagens do dia a dia, ampliando a percepção espacial, reflexão da habilidade

(EF06MA17). O interesse desta pesquisa está em o educador avivar o seu aluno a criar modelos, significando e ressignificando a aprendizagem acerca deste processo.

Para confecção das representações dos sólidos geométricos tratados o percurso descrito abaixo atentando-se ao formato particular de cada figura realiza-se de modo semelhante. Nesta produção utilizou-se: livro didático, moldes de figuras, papel colorido, cola branca, tesoura, lápis, papel carbono e régua. Nesta atividade os moldes das representações das figuras geométricas, encontram-se no apêndice do livro “Matemática – volume 2” de Smole (2003). A escolha das representações foi de caráter aleatório:

- Cubo (hexaedro regular) (p. 444);
- Prisma reto retângulo (p. 444);
- Prisma reto de base pentagonal (p. 448);
- Tetraedro retangular (p. 449) e
- Pirâmide reta de base quadrada (p. 450).

Detalhamento da representação “Prisma reto de base pentagonal”:

- 1- Para detalhar o processo de construção da representação destes sólidos geométricos toma-se por amostra “Prisma reto de base pentagonal” para confecção em passo a passo. Com auxílio do papel carbono, lápis e régua, há a reprodução da figura no papel colorido para posterior recorte. Para facilitação da confecção em questão sugere-se por aumentar as áreas periféricas a serem coladas nas figuras que não representem as faces.

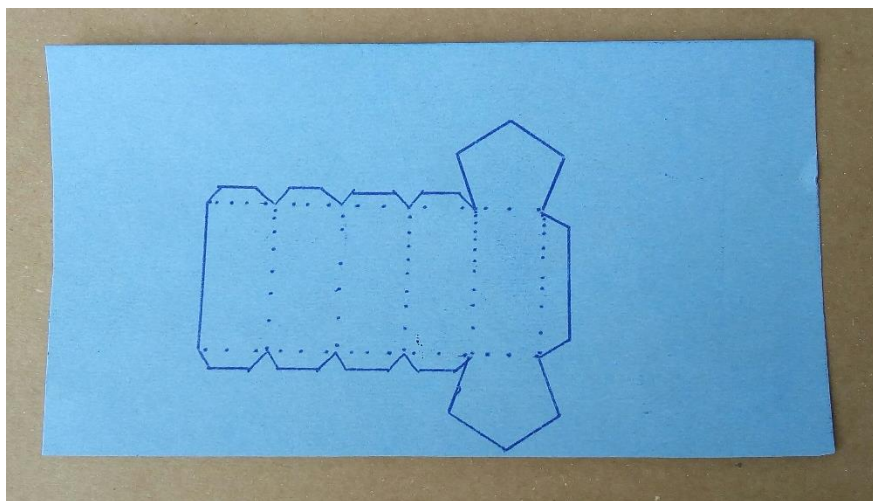


Figura 4. Molde
Fonte: A autora (2020)

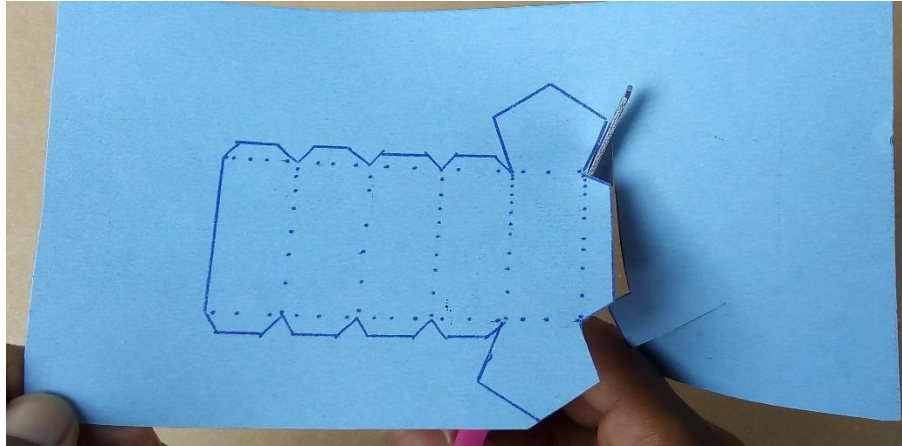


Figura 5. Recorte do molde
Fonte: A autora (2020)

2- Com a figura recortada e planificada, todas partes pontilhadas são indicações de onde as dobras devem ocorrer.

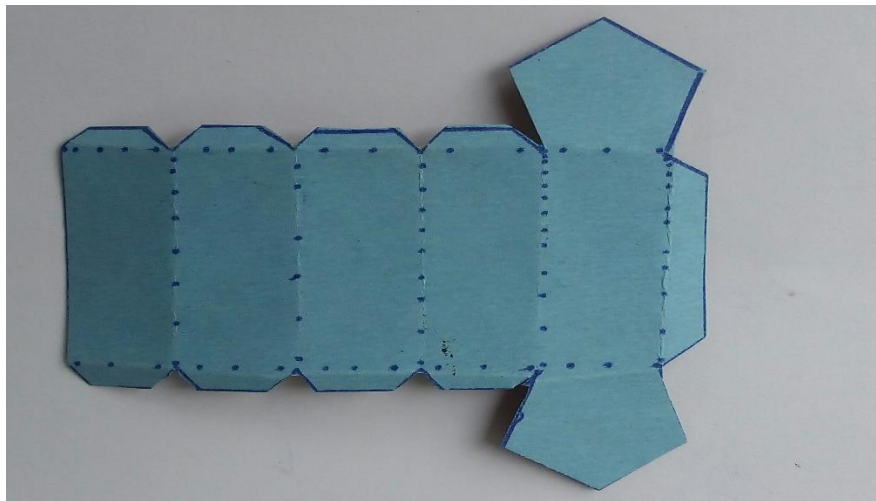


Figura 6. Planificação
Fonte: A autora (2020)

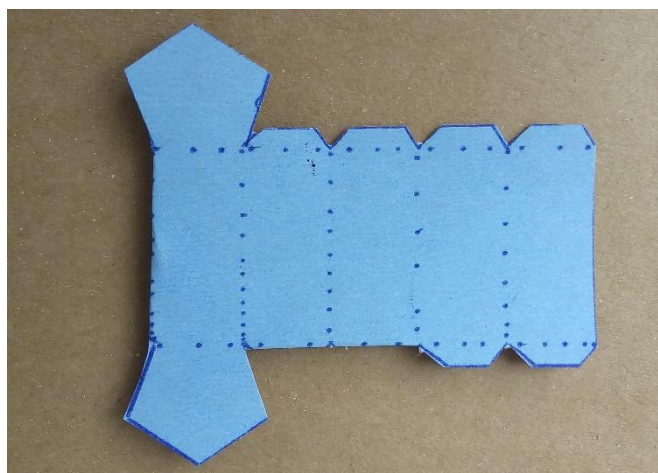


Figura 7. Dobra 1
Fonte: A autora (2020)

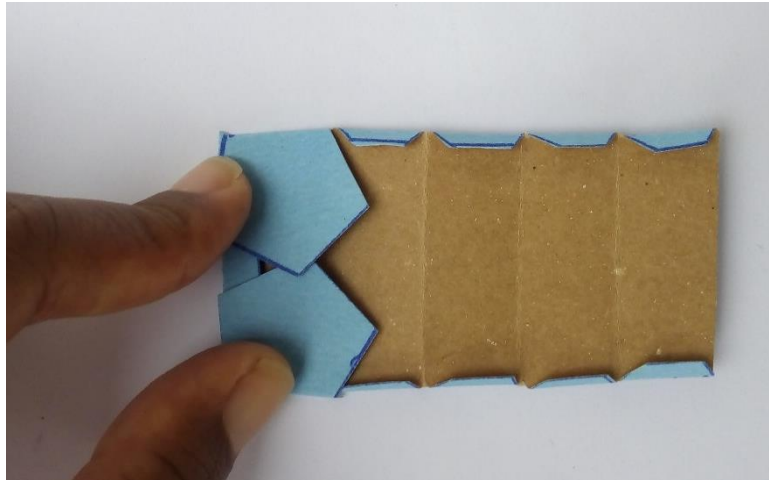


Figura 8. Dobra 2
Fonte: A autora (2020)

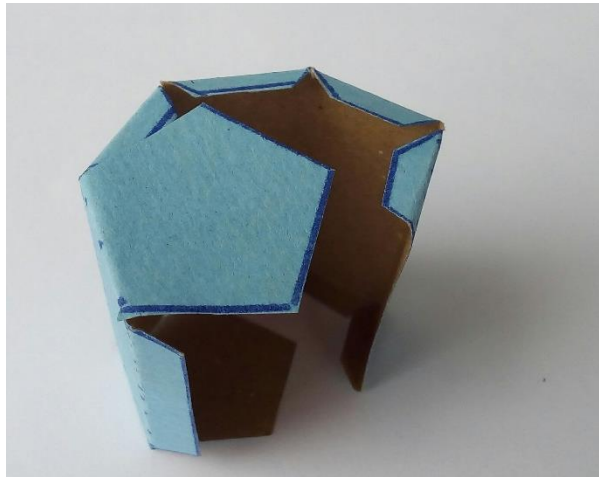


Figura 9. Dobras
Fonte: A autora (2020)

3- Realizadas as dobras ocorre então a colagem das partes periféricas e finalização da representação do sólido geométrico.

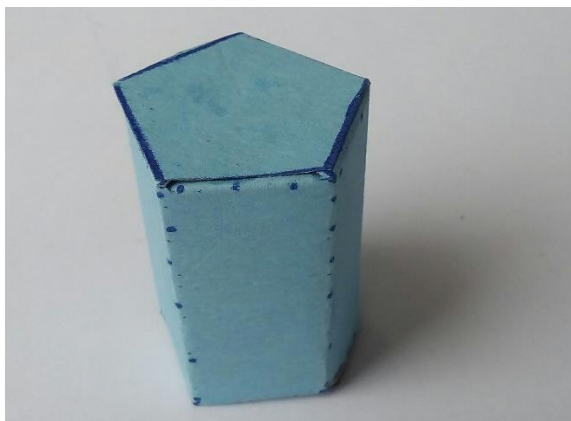


Figura 10. Representação do “Prisma reto de base pentagonal”
Fonte: A autora (2020)

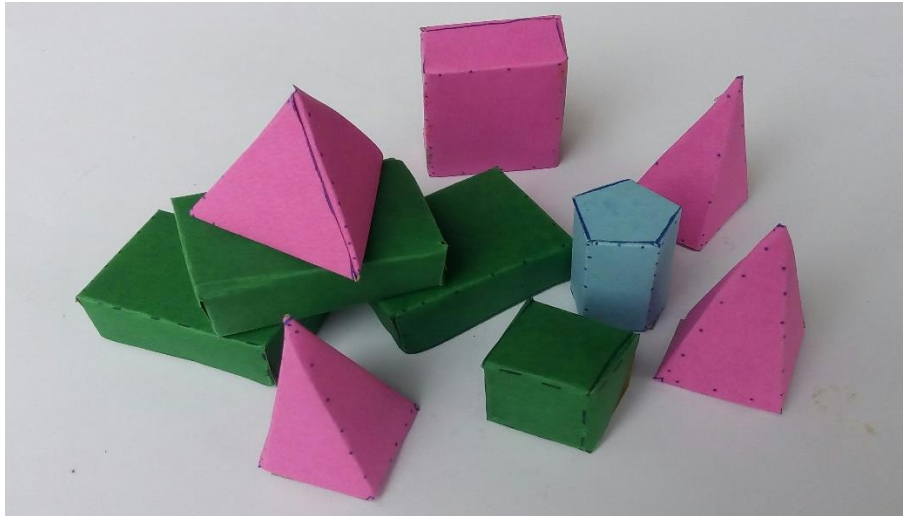


Figura 11. Representações de poliedros
Fonte: A autora (2020)

Esta confecção caracteriza-se apenas como sugestão de um possível produto da proposta desta pesquisa, ademais se ressalta a importância da transposição das visualizações desta atividade prática para a formalização dos conceitos teóricos referentes aos conteúdos de “Prismas e Pirâmides” anteriormente citados e outros conhecimentos necessários para consolidação desta aprendizagem.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Comumente a Matemática é estigmatizada como uma Ciência complexa e por efeito desestimulante, muitos estudantes veem uma Matemática desconexa entre a apresentada nos livros didáticos e o seu cotidiano. Paralelamente a isto o ensino da Geometria no Brasil, passou por períodos de postergação e análises superficiais, decisões que ainda repercutem na atualidade.

Contextualizar a Matemática concebe ao aluno a construção de conhecimentos mais consistentes e significativos, alicerçando a compreensão e a admiração pela mesma e ampliando a probabilidade de ofertar aplicações reais.

A proposta descrita por esta pesquisa recomendou o uso do material concreto, pois, este permite a visualização e manipulação do objeto em análise coordenados pela disciplina de Matemática, em busca da consolidação de habilidades e competências abordadas e requeridas pela BNCC 2017. Nesse processo o reforço de alguns conceitos da Geometria plana, e Geometria espacial são fundamentais para otimizar o uso de materiais manipulativos e, contudo, atingir os objetivos propostos.

O educador como norteador /motivador /mediador, necessita dispor e ofertar ferramentas didáticas para que o progresso do conteúdo se construa de forma interessante e entusiástica ao aluno. Frente a este argumento as atividades lúdicas suplementares e relativas ao conteúdo dos livros didáticos, tratadas de um modo dirigido e planejado resultam em novos desafios.

Deste modo cabe ao educador estimular e propiciar mecanismos que ofereçam desafios e cooperação para o progressivo aprimoramento do pensamento geométrico do aluno, para que este possa desenvolver plenamente o seu conhecimento relacionado a este conteúdo, adquirindo capacidade de correlacionar a Geometria do livro didático com a Geometria presente no seu dia a dia. A lapidação da consciência geométrica pode ser aperfeiçoada por meio da observação e a manipulação de objetos, estes são estímulos lúdicos para potencializar o processo de ensino aprendizagem.

Neste contexto e firmadas nas orientações da BNCC (2017), espera-se que os alunos ao serem expostos a esta abordagem alternativa obtenham impressões consistentes e expressivas na análise e identificação dos poliedros abordados e suas representações e as formas geométricas que os compõem, e de maneira suplementar colabore com a expressividade do aluno, promoção interposta pela criação de esculturas a partir das representações dos sólidos geométricos resultantes das planificações e confecções elaboradas.

REFERÊNCIAS

BNCC. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

BOYER, C. B. TRAD. GOMIDE, E. **História da Matemática**. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 1996. 496 p.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Referencial curricular nacional para a educação infantil** / Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 3v.: il.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília: 23 de dezembro de 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 25/10/2020.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2013. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curriculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 25/10/2020.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: 2000. Cap. Ciclo II: Ensino e Aprendizagem de Matemática no 2º ciclo, p. 125 – 131.

BROITMAN C.; ITZCOVIC H. **O estudo das figuras e dos corpos geométricos: atividades para o ensino fundamental**; tradução Carmem Cacciarro - São Paulo: Ática, 2011.

FAINGUELERNT, E. K. **A importância da prática de ensino em um curso de formação de professores em matemática**. Temas e Debates: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Formação de Professores de Matemática. Ano VIII, 7ª ed., p. 32-35, 1995.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FONSECA, M. C. F. R., ET al. **O ensino da Geometria na escola fundamental – três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. 2ª ed. 1ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

FONSECA, M. C. F. R., *et al.* **O Ensino de Geometria na Escola Fundamental** – três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. 2ª ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002, p. 17-19.

JELINEK, K. R.; KAMPPFF, A. J. C. **A Geometria Que Existe Além Do Olhar: Levando A Geometria Da Natureza Para Dentro Da Escola**. Educação Matemática Em Revista – RS. EMR-RS n.10, v.1, p. 75 a 81, 2009.

KALEFF, A.M. **Tomando o Ensino da Geometria em Nossas Mãos...**, Educação Matemática em Revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Blumenau, v.2, p.19 – 25, 1994.

LEIVAS, J. C. P. **Educação geométrica: reflexões sobre ensino e aprendizagem em geometria**. Revista SBEM-RS, Porto Alegre, n.13, v.1, p. 9-16, 2012.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** In: Educação Matemática em Revista. Geometria. Blumenau, n.4, p.3-13, 1995.

MINAYO, M. C. S. (org.); DESLANDES, S. F.; NETO, O. C.; GOMES, R. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 21ª ed. Petrópolis: Vozes, p.16-25, 2002.

MUENCHEN, C.; DELIZOICOV, D. **Os três momentos pedagógicos e o contexto de produção do livro “Física”**. Ciência & Educação, Bauru, v. 20, n. 3, p. 617-638, 2014.

PASSOS, C. L. B. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: A Geometria na Sala de Aula**. 2000. 348p. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké. Campinas: UNICAMP/FE/CEMPEM. v.1, n.1, p. 7-17, mar 1993.

PAVANELLO, R. M. **Que Geometria pode ser significativa para a vida?** Programa Salto para o Futuro, TV Escola, 2004.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda; CAMPOS, Tânia. **Espaço e forma – a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo: PROEM, 2000. 286p.

REZENDE, D. P. L. **Ensino e aprendizagem de Geometria: uma proposta para o estudo de polígonos nos anos finais do Ensino Fundamental**. In:

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Anais do XIX EBRAPEM.: UFJF, Juiz de Fora, v.19, p.1-12, 2015.

SCHRÖETTER, S. M.; STAHL, N. S. P.; DOMINGUES, E. C. **Geometria Espacial no Ensino Fundamental: construir para aprender**. REMAT: Revista Eletrônica da Matemática, Caxias do Sul, RS, v.2, n.1, p.58-71, jul 2016.

SMOLE, K. C. S. **Matemática** – volume 2 – 2ª série – ensino médio / Kátia Cristina StoccoSmole, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz. – 3ª ed. reform. São Paulo: Saraiva, 2003.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org). **Materiais manipulativos para o ensino dos sólidos geométricos**. Porto Alegre, RS: Penso, 2016. 160 p.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em Ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. 23ª. reimpr. São Paulo: Atlas, 2015.