



INSTITUTO FEDERAL GOIANO-CAMPUS MORRINHOS
LICENCIATURA EM PEDAGOGIA.

KARINA XAVIER DE LIMA

A ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES
DIFERENTES COM O USO DO CONCEITO DE FRAÇÕES EQUIVALENTES

MORRINHOS – GO

2017



INSTITUTO FEDERAL GOIANO-CAMPUS MORRINHOS
LICENCIATURA EM PEDAGOGIA

KARINA XAVIER DE LIMA

**A ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES
DIFERENTES COM O USO DO CONCEITO DE FRAÇÕES EQUIVALENTES**

Orientadora: Me. Kênia Bomtempo

Trabalho elaborado junto ao Curso de Licenciatura em Pedagogia do Instituto Federal Goiano – Campus Morrinhos, para obtenção do título de Licenciada em Pedagogia.

MORRINHOS – GO

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/IF Goiano Campus Morrinhos

L732a Lima, Karina Xavier.

A adição e subtração de frações com denominadores diferentes com o uso do conceito de frações equivalentes. / Karina Xavier Lima. – Morrinhos, GO: IF Goiano, 2017.
64 f. : il. color.

Orientador: Ma. Kênia Bomtempo de Souza.

Trabalho de conclusão de curso (graduação) – Instituto Federal Goiano Campus Morrinhos, Licenciatura em Pedagogia, 2017.

1. Números fracionários. 2. Adição de frações. 3. Subtração de frações. 4. Equivalência. I. Souza, Kênia Bomtempo de. II. Instituto Federal Goiano. Curso de Licenciatura em Pedagogia. III. Título

CDU51:37

Ata

Dedico este trabalho primeiramente a Deus que está sempre presente em minhas conquistas, aos meus pais que sempre me apoiaram e principalmente a meu filho que chegou ao decorrer do curso, me proporcionando forças para que pudesse chegar onde estou.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha professora orientadora Mestra Kênia Bomtempo por ter dedicado parte de seu tempo para me ensinar com muita paciência e por nunca ter desistido mesmo nos momentos mais difíceis.

Agradeço a minha colega de sala Josélia Moreira Fernandes por me incentivar a cada dia e por nunca me deixar desistir.

Agradeço a todas as colegas que fizeram parte dos meus trabalhos, sempre me ajudando e me apoiando em todas as minhas decisões.

Aos professores que estiveram sempre dispostos a contribuir para meu conhecimento dedicando um pouco de seu tempo para meu aprendizado.

Agradeço em especial a minha colega Patrícia de Sousa Sampaio Bela que me ajudou a realizar parte de minha pesquisa, me auxiliando na execução desse projeto.

RESUMO

Toda Pesquisa é movida inicialmente por um questionamento, nesse caso a questão foi: Como se dá a aprendizagem de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, usando a equivalência de frações? Dessa forma, esse texto procura relatar os resultados obtidos, diante desta questão. A pesquisa se deu em uma escola pública da cidade de Morrinhos, com crianças de uma turma de quarto ano, foram usadas observações, fotos, e gravações contidas no diário de campo do pesquisador para que se pudesse buscar as compreensões acerca dos resultados. O estudo das frações sempre foi tido como um conteúdo difícil nos primeiros anos escolares, dessa forma procurou-se uma abordagem didática diferente da usada tradicionalmente para o ensino de operações com frações, nesse caso adição e subtração. Escolheu-se trabalhar com material manipulativo, chamado de “régua de frações”, na intenção de que com o uso de material concreto a aprendizagem pudesse ser mais significativa para a criança. Esse material colorido e de fácil manuseio usa a equivalência de frações para o trabalho com as operações. Dessa forma, o uso dos algoritmos e das técnicas como o mínimo múltiplo comum poderão ser ensinadas mais tarde, quando a criança já observou no concreto, podendo ter uma abstração melhor. Optar pelo ensino mediante um material concreto exige do professor uma reflexão pedagógica entre teoria e prática, assim como também exige pré-disposição das crianças em aceitar o convite à investigação por meio do mesmo. Considera-se que tanto pesquisador quanto aluno envolveu-se na pesquisa de forma criativa dando o melhor de si, produzindo resultados favoráveis ao uso do material manipulável em sala de aula neste contexto escolhido.

Palavras-Chave: Números Fracionários. Adição e subtração de frações. Equivalência. Significados de fração.

ABSTRACT

All Research is initially driven by a questioning, in which case the question was: How do we learn to add and subtract fractions with different denominators using fractional equivalence? In this way, this text tries to report the results obtained, in front of this question. The research was carried out in a public school in the city of Morrinhos, with children from a fourth grade class. Observations, photos, and recordings were used in the researcher's field diary, so that the students could understand the results. The study of fractions was always considered as difficult content in the first years of school, in this way a didactic approach was looked for other than that traditionally used for the teaching of operations with fractions, in this case addition and subtraction. He chose to work with manipulative material, called a "fractions rule", in the intention that with the use of concrete material the learning could be more meaningful for the child. This colorful and easy-to-use material uses fractional equivalence to work with operations. So the use of algorithms and techniques such as the least common multiple can be taught later, when the child has already observed the concrete, and may have A better abstraction. Choosing to teach through a concrete material demands from the teacher a pedagogical reflection between theory and practice, as well as the children's predisposition to accept the invitation to research through it. It is considered that both researcher and student engaged in research creatively giving the best of themselves, producing results favorable to the use of the material manipulable in the classroom in this chosen context.

Keywords: Fractional Numbers. Addition and subtraction of fractions. Equivalence. Meanings of fraction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Régua de Frações – Criança observando-a	9
Figura 2 – Atividades – Criança Durante a Pesquisa	12
Figura 3 – Curiosidade – O Princípio de uma Investigação	30
Figura 4 – A criança, a Régua de Equivalência e a Mediação do Professor	38
Figura 5 – Régua de Frações no Quadro Negro	40
Figura 6 – Régua de Frações	41
Figura 7 – Criança Manipulando a Régua de Frações	43
Figura 8 – Crianças Manipulando a Régua de Frações	44
Figura 9 – Criança Resolvendo Operações Com Auxílio da Régua de Frações	46
Figura 10 – Professor Interagindo com a Criança	48
Figura 11 – Professor Auxiliando as Crianças	49
Figura 12 – Resolução da Operações no Quadro	50
Figura 13 – Resolução das Operações Feitas por Crianças	51
Figura 14 – Criança Resolvendo Operações Usando Equivalência e Material Manipulativo	52
Figura 15 – Crianças Resolvendo as Atividades	53

Sumário

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 A Interrogação	12
CAPÍTULO I.....	14
2 OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS	15
2.1 As Frações E Seus Significados.....	18
2.1.1 Fração Com O Significado De Número.....	20
2.1.2 Fração Com O Significado Parte-Todo	20
2.1.3 Fração Com O Significado De Quociente	21
2.1.4 Fração Com O Significado De Medida	21
2.1.5 Fração Com O Significado De Operador Multiplicativo.....	21
2.2 As Frações Equivalentes E As Operações De Adição E Subtração	22
2.3 O Material Manipulativo No Ensino De Frações.....	24
CAPITULO II.....	32
3. O AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO	33
3.1 Sujeitos E Local Da Pesquisa	33
3.1.1 A Escola.....	33
3.1.2 Os Sujeitos	33
3.2 Metodologias De Pesquisa E A Proposta Para Investigação	34
3.2.1 Metodologia De Pesquisa	34
3.2.2. Proposta Para A Investigação	37
3.2.3 Instrumentos De Coleta De Dados	37
CAPÍTULO III	41
4. A BUSCA DE SIGNIFICADOS	42
4.1 A Equivalência De Frações Usando Material Manipulativo	42
4.2 As Operações De Adição E Subtração De Frações Com O Uso De Material Manipulativo	48
5 CONSIDERAÇÕES.....	56
5.1 O Que Levo De Tudo Isso?	57
6 REFERÊNCIAS.....	59

1 INTRODUÇÃO

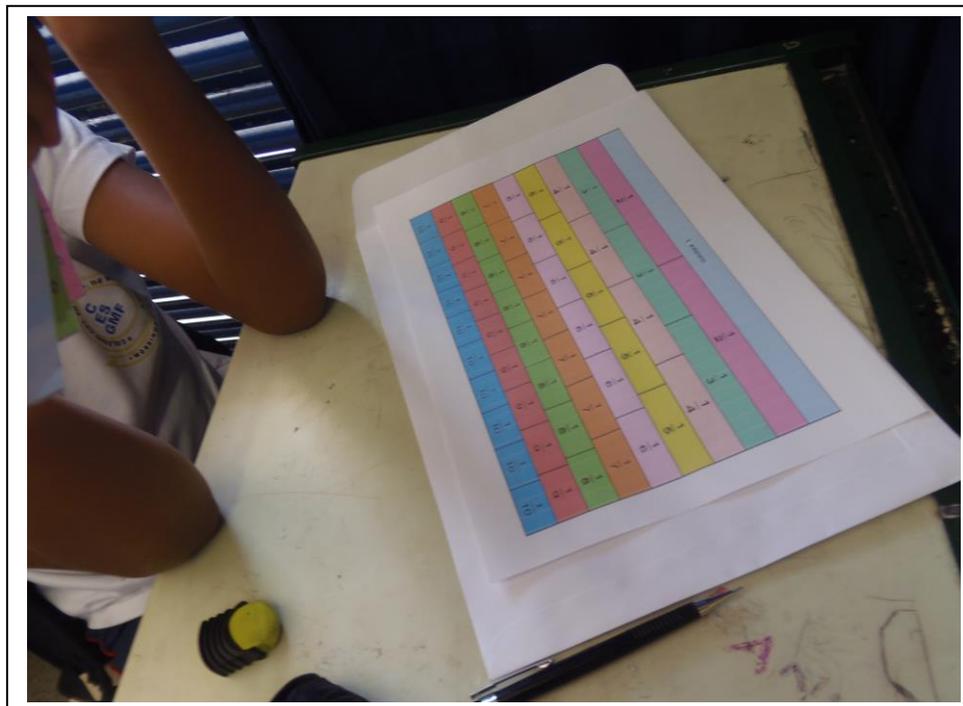


Figura 1: Régua de Frações – Criança observando-a
Fonte: Pesquisa de campo/2016

*Eterno é tudo aquilo que dura uma fração de segundo, mas com
tamanho intensidade que se petrifica e nenhuma força o resgata.*

Carlos Drummond de Andrade

1.1 A Interrogação

No modelo escolar vigente, tanto nos livros didáticos quanto nas aulas, os números racionais são introduzidos em sua forma fracionária, porém o conceito de números racionais vai além das frações e é muito complexo, requer maturidade cognitiva e disposição para aprender, muito mais do que com os números naturais. Os conceitos de números fracionários são introduzidos a partir do 4º ano, ou seja, no início do segundo ciclo escolar, quando se termina à alfabetização, e isso se dá diante de uma ampliação das ideias do conjunto dos números naturais, pois nesta fase, as crianças já começam a perceber que os naturais não resolvem tudo, em casa já escutam as palavras, meios, quartos, terço, metade e muitas outras envolvendo uma grandeza não inteira.

Entretanto, segundo D'Augustine (1976, p. 148), “A criança vem para a escola com ideias vagas e geralmente mal concebidas sobre os números fracionários”, sendo assim cabe à escola esclarecer esses conceitos e a partir deles trabalhar as frações. O autor coloca ainda que “para uma criança em idade pré-escolar, tirar a metade de uma bala significa nada mais do que não tirar a bala inteira” (p.148). Para D'Augustine o primeiro conceito fundamental para o ensino de frações como divisão em partes é o conceito de congruência, nesse caso o trabalho é mais fácil com as figuras e as divisões feitas por meio de dobraduras e cortes. Porém falar a palavra congruência nesta fase é impossível, deve-se apenas explorar seu conceito para facilitar o de equivalência, mais tarde.

Se é difícil compreender o conceito de fração, imagina adicionar e subtrair? Bem, se essas operações estiverem relacionadas a um todo dividido em partes iguais, provavelmente a criança ainda se saia bem, mas e se o denominador não é mais o mesmo? E agora, surgem os múltiplos, o que é isso? E mínimo múltiplo comum? De onde vem essa conta desse jeito, professora? Por essas e tantas outras questões, decidimos investigar como poderia ser a inserção das operações sem o uso do algoritmo de mínimo múltiplo comum, mas sim com a equivalência de frações, e aí nos colocamos a seguinte questão: “Como se dá a aprendizagem de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, usando a equivalência de frações?”.

Muitas pessoas podem pensar que esta questão é óbvia, já que a equivalência e condição necessária para que se construam relações de operações envolvendo denominadores diferentes, porém o uso do algoritmo há muito impera na matemática e com o mínimo múltiplo comum não é diferente, ou seja, o famoso, m.m.c.

Sendo assim, buscamos compreender como é possível inserir esse conteúdo sem o uso do m.m.c., mas sim com o uso do conceito de equivalência, dessa forma, trabalhamos com uma turma que ainda não dominava o m.m.c. para ver o que acontecia, e eis que nosso relato, ao longo do texto, mostrará nossas compreensões.

CAPÍTULO I



Figura 02: Atividades – criança durante a pesquisa.
Fonte: Pesquisa de campo/2016

*Quando você faz em fração de segundo o que os outros
levariam horas para fazer, tudo parece mágica.*
Steve Jobs

2 OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Por sua natureza complexa, o ensino e a aprendizagem dos números fracionários enfrentam muitos obstáculos, pois inicialmente nem sempre se compreende a comparação de dois números inteiros, muito menos essa comparação sendo feita em sua forma fracionária. Para Centurión (1994, p. 220) “ao dividir em parte iguais uma grandeza, considerada como um todo, cada uma das partes é uma unidade fracionária. Uma ou mais unidades fracionárias reunidas constituem uma fração”, a autora traz a ideia de fração como sendo uma divisão feita em partes iguais.

Uma das dificuldades da aprendizagem dos números racionais na forma fracionária, está relacionada também à sua representação em forma de divisão, em que tem-se a/b (a sobre b) com $b \neq 0$, em que tem-se apenas um número. Uma razão entre eles e não mais apenas um número, pode-se olhar para a fração também como comparação entre esses dois números, denominados da seguinte forma:

$$\textit{fração} = \frac{\textit{numerador}}{\textit{denominador}}$$

Assim, o denominador representa em quantas partes iguais um inteiro foi dividido e o numerador quantas dessas partes foram pegadas, tomadas do todo, ou seja, consideradas.

Para Centurión (1994, p. 221), toda fração sempre está associada a duas ações, sendo a primeira relacionada à divisão e a segunda a quantas partes se considera, x. Sendo assim, na forma fracionária não observa mais os números naturais envolvidos no numerador e no denominador de forma isolada, mais sim um único número representado por dois naturais e separados mediante uma barra, uma nova representação.

Santos (2005) no trabalho intitulado “O Conceito de Fração em seus Diferentes Significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental”, coloca que o processo de ensino de frações, “Não envolve apenas a aplicação de um conjunto de técnicas bem adaptadas ao ensino da fração, mas sim, demanda de uma clara compreensão de que o ensino e a aprendizagem da fração supõem algumas rupturas com as ideias já construídas pelos alunos a respeito dos números naturais” (p. 12). Nesse trabalho, Santos destaca quatro dificuldades no trabalho com frações, resumidas da seguinte forma:

- A representação fracionária $\frac{a}{b}$ com $b \neq 0$, é a forma de se representar um número apenas e não dois números sobrepostos, é um número racional composto por dois naturais, sendo o quociente entre esses dois;
- Um número fracionário, possui mais de uma representação, enquanto os naturais cada símbolo representa apenas uma quantidade, nos racionais existe o princípio da equivalência, números distintos podem representar a mesma parte do todo, exemplo: $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{8}$, entre outros.
- Os números racionais em sua forma fracionária não podem ser ordenados seguindo a lógica dos naturais, com antecessores e sucessores, sequencialmente, nos números naturais sabemos que 2 é menor 3 e este menor que 4. Nos números fracionários $\frac{1}{3}$ é maior que $\frac{1}{4}$, mesmo que aparentemente o 4 é maior que 3, porém vale o conjunto fracionário e não só o denominador;
- Nos racionais representados de forma fracionária, sempre se pode ter um número entre dois outros, e sendo assim, não se consegue ordenar com antecessor e sucessor, de forma a não faltar nenhum na sequência, como se faz nos naturais, entre uma fração e outra sempre se tem também uma infinidade de outras representadas de formas diferentes. (p.12-13)

Dessa forma, Santos (2005) coloca as principais dificuldades com o conceito de fração e alerta ainda que a noção de número difere de conjunto para conjunto, nos naturais a compreensão de número é uma, enquanto nos racionais esta compreensão passa a ser outra. Ensinar fração exige que se conheça o conceito de número racional e que se conheça também as limitações e possibilidade desse ensino, diante das dificuldades impostas pela maturidade das crianças.

Além de todos esses problemas envolvendo os números fracionários, o ensino permeado por uma simbologia carregada, com ênfase exagerada em algoritmos nem sempre compreendidos, e muitas vezes apenas utilizando a exploração do significado de parte-todo dificulta ainda mais a aprendizagem.

Campos e Cols (1995), citadas em Nunes (1996), com relação aos métodos de ensino de fração, afirmam que:

O método de ensino - alegam, simplesmente encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla – ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas - sem entender o significado desse novo tipo de número. (NUNES APUD CAMPOS E COLS, 1996, p. 191).

Dessa forma, conta-se as partes coloridas em uma figura e as partes em que a figura foi dividida, mas sem qualquer relação entre elas e entre a figura original, de onde se retirou as partes, sem entender numericamente o que essa parte significa.

Lopes (2008) também ressalta que:

No Ensino Fundamental as frações são apresentadas inicialmente como relação parte-todo, representam partes, números menores que a unidade, que foi dividida em partes iguais. Mas logo a seguir tal ideia é confrontada com a definição de frações impróprias como se isso fosse passar a ideia de relação parte-todo, parte da ideia da fração representando um número racional ou um quociente. (LOPES, 2008, p. 8).

Ao apresentar o conceito de fração imprópria, o professor sai da relação parte - todo e entra na relação em que se tem inteiro que foi dividido e parte que se tomou de outro inteiro, ou seja, a ideia parte-todo aqui não funciona, e nem sempre os cuidados devidos são tomados nessa hora. É comum se explorar o ensino utilizando o conceito de parte-todo, porém existe também o conceito de divisão, o quociente entre dois números naturais, quando se tem a relação de quociente a fração não indica a relação entre número total de divisões e partes, dividir um chocolate em três partes e comer duas e diferente de se ter dois chocolates e ainda assim ter que dividi-los em partes iguais para três pessoas. E se ainda a fração for interpretada como razão a interpretação é totalmente diferente, pois nesse caso se tem a comparação entre duas grandezas.

Além de todos esses problemas, muitos se esquecem que as crianças ao ir para escola já ouviu algo sobre fração, já tem conhecimento. Para Bertoni (2008), é importante que o processo de ensino sobre fração comece por aquilo que elas já sabem, com situações do dia-a-dia, elas já sabem sobre a divisão de coisas e objetos, já sabem sobre meio e metade, pode-se partir do que já sabe e aos poucos ir ampliando o conhecimento sobre as representações e simbologia. Tudo depende da capacidade cognitiva das crianças.

Nunes & Bryant (1997, p. 191) afirmam que:

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba.

As crianças são treinadas desde cedo com os processos de memorização, como por exemplo, memorização da sequência dos números, sendo assim, elas aprendem os nomes dos

termos da fração, aprendem a resolver alguns problemas, mas difícil mesmo é compreender o raciocínio, saber realmente o que é fração e como realizar operações com elas.

Segundo Campos, Magina e Nunes (2006), Nunes em seu trabalho (2003) relata que com tantas possibilidades, o trabalho com fração pode ter maior êxito quando se considera cinco significados: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo.

2.1 As Frações E Seus Significados

Segundo Bertoni (2004) o ensino de frações perdeu espaço no tempo em sala de aula dos anos iniciais, mas não ganhou mais tempo nos anos finais, e sendo um conteúdo considerado problemático afetou o desenvolvimento dos alunos nas avaliações nacionais.

As frações são citadas como o tema mais difícil para ser trabalhado nos anos iniciais, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), parâmetros esses usados até meados de 2015. O destino dos números racionais nas representações fracionária, avançam no sentido da extinção, deixando uma lacuna nos anos iniciais e não suprindo as mesmas nos anos finais do Ensino Fundamental. As representações dos números decimais tem mais importância na sociedade já a representação fracionária só aparece em escalas, razões, porcentagens etc. A representação fracionária pouco aparece em situações cotidianas, por isso os alunos tem mais facilidade com as representações decimais, pois elas possuem grande similaridade com os números naturais.

Estudos com crianças mostram que o que elas aprendem na escola pode confundir e desorientar seus pensamentos devido à colocação usada e de forma inadequada, os professores aprenderam que a assimilação com a nomenclatura facilitaria o ensino das mesmas, mas com isso pode prejudicar o ensino e a aprendizagem, fazendo com que elas não mais compreendam caso seja mudado o método de ensino.

As frações deveriam ser ensinadas como parte o currículo, ou seja, deveriam ser ensinadas de maneira que os alunos pudessem compreendê-la assim como compreendem a língua materna, a língua portuguesa. Nunca deveriam ter a ensinados do modo que tem sido e ainda são ensinadas até os dias de hoje. As frações são abordadas de modo enganoso, com falta de orientações, definições e explicações, tentando seguir fielmente um princípio uma doutrina. Trabalham com as crianças conceitos ultrapassados, como mostrar para um aluno que existem frações que se assemelham

com frações, mas são números inteiros, são o caso das frações aparentes, não faz sentido perder tempo de aula com essas informações, sendo que se pode trabalhar outros métodos de ensino ou trazer para a sala de aula um material lúdico, do próprio cotidiano do aluno para que ele possa aprender por si só e não tentar decorar o que professor passa no quadro. Trabalhar com o dia a dia de cada um, fazendo com que eles procurem frações nas suas atividades corriqueiras.

Crianças de 6 a 8 anos conseguem apenas identificar números pequenos ou até fazer leituras de números maiores, mesmo sabendo que essas crianças deveriam ir assimilando esses números desde quando começam a aprender a falar, já que a língua materna se inicia com um ano e meio a matemática deveria ser introduzida na mesma época, para facilitar o conhecimento futuro dessas crianças e com isso a inserção também de frações. Os livros didáticos já trabalham com esse método de ensino, entretanto a introdução de fração no 3º ano e apenas utilizado em poucas páginas do livro, não irá fazer com que o aluno assimile os números fracionários e já possam passar para o próximo conteúdo.

Para D'Augustine (1981), trabalhar com números fracionários requer das crianças um pouco mais de maturidade quanto à construção da matemática. O número natural é o inteiro, o todo, trabalha com a unidade completa, o número fracionário trabalha com as partes. Embora não se trabalhe o conceito de frações com as crianças no primeiro contato que elas têm com o número, cabe ao professor dar uma definição básica, pode-se definir o número fracionário como o quociente de outros dois números de forma que o divisor seja diferente de zero. Nesse caso, é importante saber que as frações podem apresentar os mesmos denominadores e quando ambas as frações indicarem, podemos dizer que são frações equivalentes. Não se deve trabalhar com as crianças, meios, terços, até que seus conceitos sejam devidamente ensinados a elas.

Nunes e Bryant (1997) citam ainda pesquisas de Campos e Cols (1995) mostrando que a ideia de crianças sabendo tudo sobre fração, na verdade pode ser falsa, pois a forma como se ensina parte-todo pode na verdade provocar o erro em conceitos, criando uma falsa ideia de que compreendem corretamente todos os conceitos. Os autores, ao citarem Campos e Cols (1995), colocam que “O método de ensino, alegam, simplesmente encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla – ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas – sem entender o significado deste novo tipo de número” (p.191).

Os autores Nunes e Bryant, colocam ainda que “as crianças podem usar a linguagem das frações sem compreender completamente sua natureza” (1997, p.193). Ao pensar sobre as questões relacionadas com o estudo de fração, compartilhamos da compreensão de Nunes (2003), inspirada nos trabalhos de Kieran (1998) que trabalha as frações a partir de cinco significados, sendo eles: Número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo.

2.1.1 Fração Com O Significado De Número

A fração, por si própria já é um número, pois ela é um modo de expressar uma quantidade representada pela divisão de dois números inteiros separados por um traço, em que tem-se uma razão desses dois números inteiros. O traço representa o símbolo da divisão, em que de um lado, ou na parte superior tem-se o numerador e do outro na parte inferior tem-se o denominador.

Sendo assim, a ideia envolvida aqui é exatamente o da notação a/b , expressando dessa forma um número sobre a reta numérica, ou ainda sua representação decimal nessa mesma reta. Exemplo: Represente $1/3$ na reta numérica.

2.1.2 Fração Com O Significado Parte-Todo

Muitas vezes, essa representação não é bem compreendida e nem muito bem ensinada, para Nunes e Bryant (1997, p. 191) “Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa de frações e, ainda assim, não a têm”. Os autores colocam que mesmo falando corretamente sobre fração, as crianças na verdade não compreendem conceitos cruciais sobre o assunto.

Uma forma comum de apresentar as crianças às frações é mostrar-lhes todos divididos em partes, alguns dos quais distinguidos do resto, por exemplo, pintados. As crianças são informadas que o número total de partes é o denominador, então, o número de partes pintadas é o numerador. Esta introdução, junto com alguma instrução sobre algumas poucas regras para calcular, permite que as crianças transmitam a impressão de que sabem muito sobre frações (NUNES e BRYANT, 1997, 191).

Em relação à parte/todo podemos dizer que são inúmeras partes iguais de um objeto inteiro, podendo ser representado com o todo na parte inferior da fração essa parte determina o fim do objeto e a parte de cima mostra a parte do todo que foi

utilizada, como por exemplo, o pagamento de prestações, o todo pode ser representado como a quantidade de prestações a serem pagas 15 e a parte como o que já foi pago 5, ou seja a fração que representaria essa operação seria $5/15$.

2.1.3 Fração Com O Significado De Quociente

A fração entendida como quociente pode ser explicada como sendo uma divisão entre dois números, no qual existem duas variáveis sendo uma o numerador e a outra o denominador, nos quais ambos têm que ser desempenhados por números positivos. A ideia aqui representada é a de partição, um todo dividido em n partes representado na forma $1/n$ para cada parte tomada. Exemplo: Uma barra de chocolate foi dividida em 3 partes iguais. Ana me deu 2 dessas partes. Que fração representa a parte que Ana comeu?

2.1.4 Fração Com O Significado De Medida

A fração está relacionada à medida quando podemos proferir à pergunta, quantas vezes? Nesse caso pode-se relacionar a uma comparação, ou seja, uma das partes é usada para servir como medida, e fazer a medição das demais. Exemplo: Um tambor pode conter 12 litros de água. Quantas canecas de 2 litros serão necessárias para encher esse tambor?

2.1.5 Fração Com O Significado De Operador Multiplicativo

Como operador a fração é um multiplicador de quantidades. A fração quando assume-se enquanto operador multiplicativo possui um papel de transformar, a fração a/b passa a funcionar em quantidades contínuas e com isso reduz ou amplia a quantidade do processo. Em quantidades discretas, atua como um multiplicador divisor.

O papel de transformação pode ser visto, se observarmos que uma ação sobre um número que o transforma durante o processo. Exemplo: Ana tinha uma coleção de 30 bonecas e deu a sua irmã $2/3$ dessa coleção. Com quantas bonecas Ana ficou?

2.2 As Frações Equivalentes e as Operações de Adição e Subtração

A compreensão de equivalência aplicada às frações significa compreender que elas podem ser representadas de formas diferentes e ainda assim terem o mesmo valor numérico, e assim, o professor precisa mostrar para os alunos que cada número fracionário possui diferentes nomes. Frações equivalentes são as que simbolizam a mesma parte do todo, para que possamos encontrar a fração equivalente precisamos multiplicar o numerador e o denominador pelos mesmos números que necessariamente precisa ser diferente de zero.

Um dos recursos utilizados para fazer essa comparação de forma mais compreensível é a utilização da régua fracionária, chamada régua de frações, em que se utiliza um retângulo, dividindo-o em diversas partes fracionadas paralelamente uma a outra, assim fica mais fácil para que os alunos consigam assimilar o resultado com o mesmo material manipulável. Outro recurso que pode ser usado pelas crianças que para descobrir as frações equivalentes, são muitas linhas numéricas, usando essa linha as crianças podem descobrir alguns conjuntos de frações. $\{1/3, 2/6\}$, $\{1/2, 2/4, 3/6\}$, $\{2/2, 3/3, 4/4, 6/6\}$, $\{4/8, 3/6\}$, $\{3/2, 6/4, 9/6\}$. A partir desses conceitos de números naturais pode-se aplicar a concepção de divisão equivalente, pois no processo de ensino dos números fracionários o ponto de partida deve ser que já se tenha aprendido e compreendido bem as estruturas dos números naturais. Depois que a criança conseguir usar a linha numérica realizar exemplos de números fracionários, podemos englobar o conceito de frações equivalentes. Mostrando como se podem descobrir outros nomes equivalentes de $5/4$, usando assim a linha numérica que foi ensinada para os alunos.

Pode – se pensar na fração a/b como $a \times 1/b$, por exemplo se tiver a fração $8/3$ representaríamos $8 \times 1/3$. O professor deve levar situações que estejam relacionadas com o cotidiano dos alunos, ou seja, se a criança tiver que utilizar a ideia de $1/3$ como representação de dúzias, a forma que o professor poderia abordar seria $4/12$ para mostrar que o todo seria 12. Nesse caso, o aluno teria que ser levado a perceber que o numerador e o denominador multiplicado pelo mesmo número, ou seja, o número 4, levaria a esse resultado, mostrando assim a equivalência de $1/3$ para $4/12$ que relaciona-se com a dúzia.

A Adição e a Subtração são operações básicas no contexto dos naturais, e as crianças aprendem com certa facilidade no campo dos fracionários quando os

denominadores são iguais, pois tem-se um todo dividido em partes e operações envolvendo essas partes, de um mesmo contexto.

Ao serem apresentadas às operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, a criança perde a situação de um único todo e operações envolvendo este todo, pois se adicionarmos $1/3$ a $2/6$, na verdade temos divisões diferentes em contextos diferentes para as crianças. Nesse momento, a escola apresenta à criança os múltiplos como sendo uma tabuada vista de outra forma, e ainda que esses denominadores possuem múltiplos comuns e que a criança deverá encontrar o menor deles. Falando é fácil, mas compreender o processo nem tanto.

A escola faz esse processo de duas formas, sendo elas:

1ª – Mostra os múltiplos separados e encontra o menor deles:

$$M(3) = 0, 3, 6, 9, 12, 15, \dots$$

$$M(6) = 0, 6, 12, 18, 24, \dots$$

Dessa forma, coloca-se os múltiplos separadamente e encontra-se o menor entre eles chamando-o por m.m.c. que é, nesse caso, o 6, mostra também que as sequências são infinitas assim como as “casas” da tabuada.

2ª – Aplica-se um dispositivo prático como um algoritmo para fazer o cálculo simultâneo, o que é muito usado. Nesse caso, ainda, pode-se usar o método da fatoração isolada e a fatoração simultânea. Ambos precisam também do conceito de divisão por números primos, o que nem sempre é compreensível para as crianças nesta fase.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \text{Logo o m.m.c. (3, 6) = 6}$$

E simultaneamente, temos:

$$\begin{array}{r|l}
 3, 6 & 2 \\
 3, 3 & 3 \\
 1, 1 & 2 \times 3 = 6
 \end{array}$$

Considerando-se os primos que se divide ambos, temos o
m.m.c. = 6

O Conceito de múltiplo, de divisão por primos e até mesmo de número primo não é totalmente adequado a esta idade em que se insere as frações e as operações. Desta forma o mais apropriado parece ser a compreensão de equivalência. Observemos o caso a seguir:

$$\begin{array}{r}
 \frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{\quad}{30} + \frac{\quad}{30} = \frac{\quad}{\quad} \\
 30 : 5 = 6 \times 2 = 12 \\
 30 : 6 = 5 \times 1 = 5 \\
 \frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{12}{30} + \frac{5}{30} = \frac{\mathbf{17}}{\mathbf{30}}
 \end{array}$$

Aqui, temos a adição de duas frações com denominadores diferentes, e que se fez o cálculo do m. m. c., sendo ele 30, e esse número aparece no numerador, para realizar a operação divide-se o 30 por 5 e 6 que são os denominadores anteriores a transformação e depois multiplica-se pelos numeradores 2 e 1, encontrando 12 e 5 que são os valores a serem adicionados. Essa é a regra prática, mas e se uma criança perguntar porquê como explicaremos, em majoração, todo processo utilizado para se chegar a um resultado? Pode-se afirmar que ela compreenderá mesmo que se consiga explicar? Essas são questões que observamos atentamente em nosso trabalho e nem sempre a resposta a suas indagações poderá ser explicitada, porém diante de nossa compreensão buscaremos relatar o vivido.

2.3 O Material Manipulativo No Ensino De Frações

Há muito tempo, ensinar matemática significa, para alguns professores, transcrever fórmulas no quadro, falar o que cada componente da fórmula significa, nessas atividades cabe ao aluno copiá-las e decorá-las, assim, o aluno troca os termos pelos dados do exercício e segue um caminho no estilo “siga o modelo”. As aulas são cansativas, monótonas, com atividades e/ou exercícios sem sentido, apreendidos de forma decorada, sem que o aluno perceba o contexto e para que serviria esse conhecimento no seu cotidiano.

Isso também ocorre no ensino e na aprendizagem de frações, não defendemos aqui um ensino apenas utilitarista, mas no caso das frações, e em seu ensino para crianças, tudo faz mais sentido na prática, quando se vê que esse conteúdo é usado no dia-a-dia de várias formas e com várias representações. Por estas e muitas outras razões, vários estudos apontam para a necessidade de se aproximar o estudo escolar de matemática ao estudo cotidiano, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Existem muitos autores e pesquisadores preocupados com o ensino de matemática por meio de material concreto e lúdico, ou ainda manipuláveis, o uso deles não é novo. Desde a Didática Magna de Comenius (1592-1670), esse autor já dizia sobre o uso de recursos diversos e variados para o ensino (SMOLE e DINIZ, 2016).

O uso de recursos manipuláveis, foi influenciado por Pestalozzi (1746-1827), ainda no século XIX, que segundo Nacarato (2005) defendia que na educação é primordial a percepção de objetos concretos e experimentações e por Froebel (1782-1852), segundo Smole e Diniz (2016), esses dois educadores tem uma teoria chamada “educação ativa” em que os conceitos nasceriam das experiências do aluno com os objetos manipulados. Na década de 1920, surgiu no Brasil a preocupação com a utilização de recursos didáticos concretos e manipuláveis, nessa época surgiu uma corrente de ensino matemático chamada de empírico-ativista, que contrapunha o ensino dito tradicional, essa corrente pregava o ideal de que se aprende a fazer, fazendo (NACARATO, 2005). Por vários motivos essas ideias foram deixadas de lado nessa época.

Para Fiorentini (1995), a partir da década de 1970, retoma-se essa ideologia do ensino baseado em experiências com material concreto e lúdico, tudo isso por causa dos efeitos provocados pelas reflexões em torno do fracasso do movimento da Matemática Moderna. Durante um longo período priorizou-se a confecção de material didático, de

mudança nas propostas curriculares, produção do livro didático, e muitos outros fatores, porém tudo foi feito de maneira equivocada.

Para Nacarato (2005), as ideias defendidas por Piaget, Dienes e Brunner nessa época evidenciaram o ensino de forma construtivista, estudos advindos da Psicologia Cognitiva contribuíram para a produção de material didático, também no ensino de matemática, “A tendência construtivista passa a ser muito forte no ensino de matemática – pelo menos em nível de discurso e, muitas vezes, com leituras totalmente equivocadas” (NACARATO, 2005, p. 2).

Dessa forma, muito se fala em uso de material concreto, porém muitas vezes, não se sabe o que é realmente, e como usá-lo e muito menos ainda como poderá ser sua contribuição para o ensino e para a aprendizagem. Smole e Diniz (2016) ao falar sobre material concreto, acrescenta ainda que de acordo com vários pesquisadores, entre eles Miorim e Fiorentini (1990), o que é concreto para o aluno nem sempre é o que é manipulável.

Para Machado (1990, p. 46), o termo concreto é:

Em seu uso mais frequente, ele se refere a algo material manipulativo, visível ou palpável. Quando, por exemplo, recomenda-se a utilização do material concreto nas aulas de matemática, é quase sempre este o sentido atribuído ao termo concreto. Sem dúvida, a dimensão material é uma importante componente da noção de concreto, embora não esgote o seu sentido. Há uma outra dimensão do concreto igualmente importante, apesar de bem menos ressaltada: trata-se de seu conteúdo de significações.

Muito mais que cálculos e decorar fórmulas, é o trabalho do professor que ensina matemática, pois “Muito mais do que a técnica para operar com os símbolos, a matemática relaciona-se de modo visceral com o desenvolvimento da capacidade de interpretar, analisar, sintetizar, significar, conceber, transcender o imediatamente sensível, extrapolar, projetar. (MACHADO, 1990, p. 96). O ensino de forma mecânica, em que se efetua cálculos repetidamente, faz com que se perca tempo exercitando aquilo que nem sempre se aprende, impedindo também outras percepções em matemática no sentido talvez de Aristóteles, Machado (1990, p. 40), referindo-se a esse matemático, coloca que “ (...) a matemática seria constituída de construções elaboradas pelos matemáticos a partir do mundo das percepções sensoriais”.

Nessa perspectiva, “O uso inadequado de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização

desses materiais, mas na maneira como utilizá-los” (NACARATO, 2005, p.4). E como nos disse Machado (1990), se não tiver significado para a criança, nada terá de concreto. A matemática pode ser vista, dessa forma como ciência abstrata usando objetos concretos, existe a necessidade de abstração para a aprendizagem, porém nada impede que se faça uma mediação entre o objeto concreto para que se aprenda o abstrato, desde que se mostre a significação do real com o abstrato.

Pais (2000), ao falar sobre Geometria nos chama a atenção para a importância do uso de material concreto, como também para o risco de “inversão didática” que “ocorre quando o material passa a ser utilizado como uma finalidade em si mesmo em vez de ser um instrumento para a aquisição de um conhecimento específico” (p. 5), nesses casos o professor atem-se ao material em si e por si só, esquecendo o conteúdo a que foi destinado.

“Nenhum material didático – manipulável ou de outra natureza – constitui a salvação para a melhoria do ensino de matemática” (NACARATO, 2005, p.5), concordamos com a autora, pois tudo depende de como se utiliza esse material concreto, cabe ao professor pensar em seu uso, refletir de forma consciente de como utilizá-lo. O Professor não deve iniciar um trabalho com material concreto sem antes compreender como isso pode ser utilizado em sala, se ele este preparado e principalmente se a escola dispõe de material. Além disso, não estamos dizendo que o tradicional deve ser substituído, estamos apenas mostrando como um conceito pode ser melhor apresentado, de acordo com a idade, por meio de material concreto.

Com crianças, o trabalho com experiências na manipulação de objetos concretos pode possibilitar seu desenvolvimento motor e cognitivo e não só em habilidades matemáticas. Como nos diz Lorenzato (2006, p. 22):

É muito difícil, ou provavelmente impossível, para qualquer ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado esses objetos. Para as pessoas que já conceituaram esses objetos, quando ouvem o nome do objeto, sem precisarem dos apoios iniciais que tiveram dos atributos tamanho, cor, movimento, forma e peso. Os conceitos evoluem com o processo de abstração; a abstração ocorre pela separação.

Por meio do material concreto, as aulas de matemática podem ter outras expectativas, pois o professor poderá apresentar conceitos aos alunos de forma palpável, mesmo que depois precisem da abstração. Existe uma infinidade de materiais elaborados para o trabalho em sala de aula, cabe ao professor saber escolher e aplicar,

sendo o mediador dessa aprendizagem, para Kamii (1990, p. 48) “dizer que a criança deve construir seu próprio conhecimento não implica que o professor fique sentado, omita-se e deixe a criança inteiramente só”.

De acordo com Kamii (1990), para que aconteça o desenvolvimento cognitivo, a criança precisa também apoiar-se em objetos, e nesse sentido os objetos concretos podem contribuir com a aprendizagem. A matemática trabalhada de forma articulada com materiais manipulativos e os conhecimentos prévios das crianças, e ainda a uma prática docente responsável, autônoma e preparada de forma intencional, poderá ser apreendida e aprendida de uma forma melhor, já que tudo isso pressupõe um movimento de ação-reflexão-ação.

O material concreto e/ou manipulável pode ser trabalhado de forma lúdica, assim como também poderá ser pensado de forma tradicional, porém preparar uma sequência didática de forma lúdica pode ser o caminho para incentivar a aprendizagem, principalmente nos estudos sobre frações. Nos últimos anos, o conteúdo sobre frações tem sido deixado de lado na primeira fase do Ensino Fundamental, fato esse indicado principalmente pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) que não destaca o ensino de operações com frações, por exemplo, mas que a escola também não considera essa falha na segunda fase do Ensino Fundamental, então onde a criança irá aprender tal conteúdo de extrema importância?

No ensino de frações, ao se falar em material concreto ou manipulável pensa-se apenas em figuras geométricas, em pizzas, bolos e divisões, porém usar material concreto e manipulável é mais que isso. Muitas vezes escutamos também que o material didático “desenvolve o raciocínio do aluno”, na verdade ele pode contribuir, pois “um fato importante a destacar é que o caráter dinâmico e refletido esperado com o uso do material pelo aluno não vem de uma única vez, mas é construído e modificado no decorrer das atividades de aprendizagem” (SMOLE e DINIZ, 2016 p. 12), e além do mais o raciocínio acontece com o desenvolvimento da linguagem, portanto não só atividades manipulativas contribuem para o raciocínio como muitas pessoas acreditam.

É verdade que “Nas situações de ensino com materiais, a simulação permite que o aluno formule hipóteses, inferências, observe regularidades, ou seja, participe e atue em um processo de investigação que o auxilia a desenvolver noções significativamente, ou seja, de maneira refletida”, Smole e Diniz (2016, p. 12) ao falar sobre as questões anteriores mencionadas, nos mostra o quanto esse trabalho pode ser útil, na medida em

que as habilidades matemáticas vão sendo desenvolvidas diante do movimento com o material concreto e manipulável.

Porém não se pode esquecer que em muitas vezes, esse ensino, por meio de manipuláveis, ocorre com definições prontas, como alerta Lopes (2008), para este autor, muitas vezes o professor ao utilizar barras de chocolate, pizzas e outras nomenclaturas pode além de usar pseudo-problemas, também entregar definições prontas impedindo a formação de conceitos pela criança. Os conceitos envolvendo as frações, assim como muitos outros em matemática, são complexos, e também muito utilizados no dia-a-dia, o autor procurou por suas aplicações diárias e destacou as medidas em polegadas, receitas de bolo, e muitas outras coisas, que permeiam o mundo adulto e não o das crianças, mas Lopes (2008) destaca, porém que estes conceitos deveriam ser aprimorados, estudados e envolver todos os anos de escolaridade, os currículos escolares deveriam promover experiências diversas para que se pudesse realmente aprender.

No entanto, com o uso de material concreto e manipulável, a linguagem matemática também é beneficiada, “isso porque os alunos naturalmente verbalizam e discutem suas ideias enquanto trabalham com o material” (SMOLE, 2016, p.13). Sendo assim a criança estabelece uma negociação mediada pela linguagem, entre os “diferentes significados de uma mesma noção” (p.13). Os materiais didáticos manipuláveis e concretos podem se adaptar a vários conteúdos e objetivos, podendo ser utilizados em várias situações, mas muitas vezes o professor após introduzir o assunto com um material desses, volta sua aula aos moldes tradicionais mostrando o contexto seguinte ao explorado de forma abstrata, sem continuidade de seu trabalho.

Bertoni (2008) coloca que a criança precisa conhecer e reconhecer a fração como número, isso antes da preocupação com simbologias, representações e operações. Nesse sentido esta autora defende que o trabalho inicial com as frações deve focar na “construção de um número, explicitando o que vem a ser esse número e o que ele quantifica, bem como suas relações com os números naturais” (p. 213). Dessa forma ela coloca seu ponto de vista sobre a fração como número e acrescenta ainda que “nem os materiais manipulativos, as fichas, canudos ou tiras divididas, nem as figuras geométricas divididas, nem a designação de pedaços de pizza, apresentam situações que demandassem realmente uma construção desses novos números” (p. 212).

A mesma autora, Bertoni (2009) fala sobre sua constatação de que “o trabalho com frações tem consistido, basicamente, na divisão de figuras em partes iguais, no destaque de algumas e sua nomeação – tanto em palavras quanto em símbolos. Em

seguida, são dadas as regras para operações, a maioria sem explicação, desvinculadas das figuras trabalhadas” (p. 21). Parece-nos que os processos didáticos e metodológicos usados nem sempre têm continuidade e que também não levam à formação de conceitos, porém isto pode independer do uso de material manipulável. A autora explica ainda que em suas pesquisas, associar figuras aos números fracionários parecem “de certo modo artificiais” (2008, p. 220), por propor uma representação simbólica antes mesmo que a criança compreenda o que está sendo representado, considera ainda que há certa desarticulação entre as partições de objetos e figuras e as partições reais do cotidiano.

Essa desarticulação fica mais visível se compararmos o uso desse material com o uso de material de contagem, para os números naturais. No caso dos números naturais, há uma sintonia perfeita entre o contar objetos da realidade, como carteiras, alunos, balas e o contar objetos manipulativos: tampinhas, palitos, canudos etc., tornando a ação de contar objetos na escola bastante significativa para o aluno (BERTONI, 2008, p. 220).

Logo, a autora em questão não descarta o uso de material manipulativo, pois o coloca como importante elemento de contagem nas relações biunívocas que explicitam o número natural, porém não compreende que as relações sejam possíveis, desta mesma forma, quando forem os números fracionários.

Diante de todas essas opiniões, ao final corroboramos com a fala de Smole (1996):

Dadas as considerações feitas aqui, a creditamos que os materiais didáticos ser úteis se provocarem a reflexão por parte das crianças de modo que elas possam criar significados para ações que realizam com eles. Como afirma Carraher (1988), não é o uso específico do material com os alunos o mais importante para a construção do conhecimento matemático, mas a conjunção entre o significado que a situação na qual ele aparece tem para a criança, as suas ações sobre o material e as reflexões que faz sobre tais ações. (SMOLE, 1996, p. 172).

A autora completa ainda que um material pode ser usado para desenvolver, a partir dele novos conceitos como também para facilitar a explicitação de conhecimentos já existentes. E sendo assim, materiais manipuláveis podem se constituir como importante ferramenta didática, desde que sejam escolhidos com cuidado pelo professor e de acordo com as preferências também dos alunos.

A abordagem deste assunto, neste trabalho, é muito importante e de grande relevância, pois nosso trabalho de pedagoga que ensina matemática nos anos iniciais, considerando as especificidades da infância e adolescência, não poderá ser completo ou

satisfatório se não compreendermos se há ou não contribuições dos materiais manipulativos. Também compreendemos as diferenças entre material concreto e material manipulativo, sendo o concreto aquele visível e palpável, e o manipulável sendo o usado para significações didáticas com propósitos pedagógicos, porém aqui falamos sempre nos referindo aos dois como sendo correlatos, pois nos interessava principalmente o fato de que ambos sejam nomenclaturas usadas nesse contexto.

CAPÍTULO II

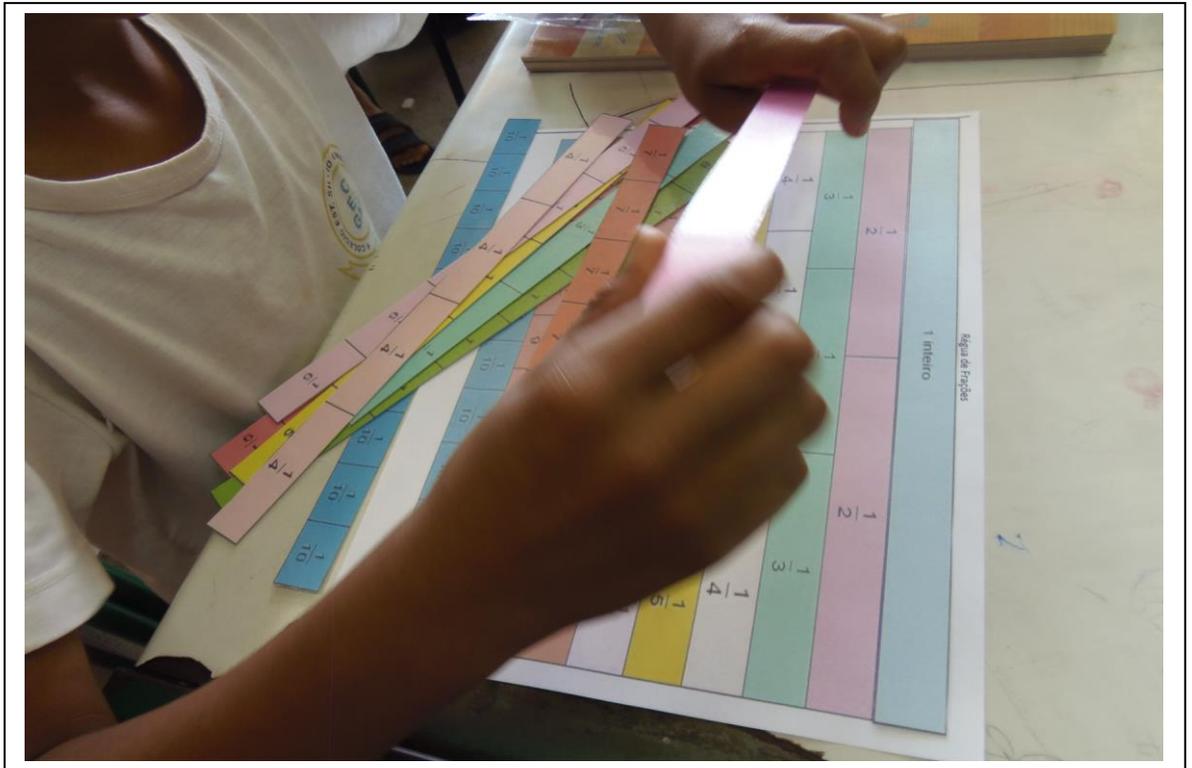


Figura 03: Curiosidade - O Princípio de uma investigação
Fonte: Pesquisa de Campo/2016

*Passei a acreditar que a felicidade mora na
inexistente fração de tempo em que o passado toca o futuro.*
Beeshop Johannes

3. O AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO

Este capítulo apresentará a metodologia usada para esta pesquisa, o local onde se deu a pesquisa, dados sobre a escola, sobre as crianças e sobre o ambiente escolar.

3.1 Sujeitos E Local Da Pesquisa

Esse tópico se subdivide em escola e sujeitos, visto que para compreender o todo falaremos das partes, nesse caso, escola e sujeitos.

3.1.1 A Escola

A escola escolhida situa-se no Município de Morrinhos, sendo uma das poucas escolas estaduais a oferecer ainda a Educação Infantil e fase inicial do Ensino Fundamental.

Por ser Estadual e não Municipal sua organização difere das outras que são municipais, pois a proposta de Ensino em Morrinhos possui características e normas explicitadas pela Secretaria de Educação local.

A escola recebe livros do Governo Federal, não possuindo material didático próprio como acontece nas Escolas Municipais. A área interna é ampla, pátio muito grande, mas salas pouco arejadas e pequenas, porém o pessoal trabalha com muito esforço e dedicação procurando suprimir as dificuldades encontradas e a falta de estrutura básica.

3.1.2 Os Sujeitos

São crianças oriundas do município, tanto da zona urbana quanto da zona rural. Essas crianças cursam uma sala de 4º ano, com idade entre 9 e 10 anos, são de classes populares, ou seja, menos favorecidas, pode-se perceber que poucas possuem roupas, ou mesmo objetos escolares melhores, a maior parte precisa de doações de cadernos, lápis e outros materiais escolares.

A região da cidade em que se situa a escola é uma vila, porém muito próxima a setores considerados bons pelo mercado imobiliário, o que implica em uma vizinhança de classe econômica superior, porém ainda assim, as crianças são carentes e necessitadas de ajuda frequentemente.

3.2 Metodologias De Pesquisa E A Proposta Para Investigação

Ao propor um trabalho em sala de aula, uma pesquisa com crianças em seu ambiente escolar, na verdade propomos estudar os fenômenos que envolvem essas crianças bem como suas relações sociais, estabelecidas naquele ambiente, naquele momento. Dessa forma, para observar as relações humanas com a possibilidade de conhecimento, aprendizagem e a forma como expressam suas compreensões, optamos por uma pesquisa qualitativa.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, elaboramos uma sequência didática e ficamos uma tarde em uma turma de quarto ano com 28 alunos, sendo que as crianças ainda não tinham visto o conteúdo de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, assim podíamos mostrar a equivalência sem que já tivessem visto o mínimo múltiplo comum.

3.2.1 Metodologia De Pesquisa

Escolhemos a pesquisa qualitativa por acreditarmos que os fatos podem ser melhores compreendidos onde eles ocorrem, no ambiente onde acontecem, ambiente este em que se tornam parte, e os mesmos devem também ser analisados de forma integradora, um conjunto, seu organismo, e não em partes. Sendo assim, cabe ao pesquisador ir a campo, para observar diante de seu olhar e procurar compreender, considerando o grupo estudado, suas especificidades, de acordo com as perspectivas das crianças envolvidas, considerando-se a compreensão expressa pelas crianças, sabendo também que a narrativa se faz de acordo com as compreensões do pesquisador.

Para Lüdke e André (1986, p. 13), as pesquisas em educação feitas em uma abordagem qualitativa, “vêm ganhando crescente aceitação na área de educação devido

principalmente ao seu potencial para estudar as questões relacionadas à escola”. As autoras falam sobre a etnografia e o estudo de caso. A etnografia é um tipo de pesquisa que se aproxima muito da antropologia, pois estuda os grupos culturais em seu fazer próprio, característico, “é a descrição de um sistema de significados culturais de um determinado grupo” (LÜDKE E ANDRÉ, 1986, p. 13-4), na área educacional, esse processo sofreu modificações, porém o estudo continua voltado para as questões educacionais utilizando a etnografia mais com o cuidado de refletir sobre os processos de ensino e de aprendizagem, dentro do contexto sociocultural, porém de forma mais ampla, pois deve-se considerar os fatores inerentes à escola, bem como os fatores externos a ela, os da comunidade em que vivem as crianças.

Além da etnografia, temos também o estudo de caso que, para Lüdke e André (1986, p. 17), propõe o estudo de um único caso. Essa modalidade de pesquisa, deve ser usada quando o pesquisador interessa-se em estudar uma situação singular, particularizada, que é o nosso caso, pois propomos o estudo em uma única sala de aula, procurando compreender fenômenos advindos de uma única proposta didática, a ser aplicada nesta sala de aula em específico. Para as autoras, o estudo de caso é sempre bem delimitado, com contornos claros e bem definidos, e assim elas apresentam características cruciais para esta proposta de pesquisa:

- 1 – Os estudos de caso visam à descoberta.
- 2 – Os estudos de caso enfatizam a ‘interpretação em contexto’.
- 3 – Os estudos de caso buscam retratar a realidade de forma completa e profunda.
- 4 – Os estudos de caso usam uma variedade de fontes de informação.
- 5 – Os estudos de caso revelam experiência vicária e permitem generalizações naturalísticas.
- 6 – Estudos de caso procuram representar os diferentes e às vezes conflitantes pontos de vista presentes numa situação social.
- 7 – Os relatos de estudo de caso utilizam uma linguagem e uma forma mais acessível do que os outros relatórios de pesquisa (LÜDKE E ANDRÉ, 1986, p. 18-20).

Dessa forma, apoiamos nessas características para desenvolvermos a pesquisa, considerando que o conhecimento posto nunca estará pronto, e a pesquisa qualitativa parece promover ao pesquisador a possibilidade em apontar novos pressupostos, rompendo com o anterior e inovando de acordo com o visto e vivido pelo pesquisador.

Para Triviños (2015, p. 133), “O Estudo de caso na pesquisa qualitativa caracteriza-se fundamentalmente, do ponto de vista da medida dos dados que ele apresentava, pelo emprego, de modo geral, de uma estatística simples, elementar”, ou

seja, a análise dos dados neste tipo de pesquisa depende muito de como seja o “caso”. Porém essa pesquisa não se torna menos complexa pois, “a complexidade do Estudo de Caso está determinada pelos suportes teóricos que servem de orientação em seu trabalho investigador” (p.134).

Triviños (2015, p. 134) acrescenta que:

O importante é lembrar que no Estudo de Caso qualitativo, onde nem as hipóteses nem os esquemas de inquirição estão aprioristicamente estabelecidos, a complexidade do exame aumenta à medida que se aprofunda o assunto. A simplicidade dos primeiros passos do investigador, tanto do novíço, como do experiente, pode conduzir o primeiro, o pesquisador incipiente, para apreciações equivocadas sobre o valor científico de seu trabalho.

Em pesquisa qualitativa não se consegue estabelecer *a priori* todas as hipóteses, pois elas se tornam mais complexas à medida que o trabalho avança, a cada novo momento podem surgir fatos novos ao olhar do pesquisador, fatos e esses que terem que ser analisados juntamente com outros fenômenos advindos desta pesquisa. Dessa forma o “Estudo de Caso”, mais do que outras modalidades marcam pela “implicação do sujeito no processo e pelos resultados do estudo, exige severidade maior na objetivação, originalidade, coerência e consistência das ideias” (TRIVIÑOS, 2015, p.134).

Uma pesquisa feita como “Estudo de Caso, se desenvolve em três fases a saber: inicialmente o pesquisador encontra-se na fase exploratória, em seguida ele deve delimitar o estudo para a coleta de dados e por fim deverá fazer a análise sistemática dos dados”, tudo isso posteriormente constará do relatório final da pesquisa (NISBET e WATT, *apud* LÜDKE e ANDRÉ, 1986).

A primeira fase consiste em o pesquisador explorar o assunto, as referências, o que realmente fará, bem como explorar também o campo. Nesse caso, se a escola aceita, se os pais aceitam a pesquisa, pois a pesquisa qualitativa enquanto fazer investigativo, não é de forma nenhuma uma proposta rígida, estruturada previamente em bases imutáveis, pelo contrário, ela nos permite imaginar e criar e renovar o tempo todo, pois o nosso olhar conta muito durante o processo.

Em segundo lugar, conhecendo o ambiente e com a proposta aceita, inicia-se o processo de delimitação da pergunta: o que mesmo? Quando? Onde? O recorte é pertinente? De posse de algumas respostas a esses questionamentos cabe ao pesquisador elaborar sua proposta de investigação, aplicá-la e separar os dados para só então iniciar

a sistematização desses dados, convertendo-os em resultados ao olhar também de quem questiona, quem investiga, para a atencividade do pesquisador.

3.2.2. Proposta Para a Investigação

A investigação foi feita utilizando-se a abordagem qualitativa por meio de aulas expositivas, com material didático impresso, cartazes, jogos de fichas de equivalência para cada criança, e atividade previamente elaboradas a serem feitas com o auxílio das investigadoras.

As fichas foram feitas de forma colorida, bem como os cartazes para o quadro, feitos em tamanho de papel compatível com o tamanho do quadro, pois assim poderiam ser afixados para que as crianças pudessem acompanhar os conceitos.

Montamos uma sequência didática que explorava os conceitos de fração, fração como parte e todo, em vários tipos de figuras para caracterizar que não é só em círculos, retângulos ou quadrados que se usa as frações, mas sim em qualquer forma de desenho. Após essa fase, apresentamos às crianças a ficha de equivalência de frações, informado que elas podem ter nomes diferentes e significarem a mesma parte do todo, sugerimos as cores usadas para facilitar.

Quando as crianças compreenderam a equivalência, ou seja, os significados, passamos a explorar a adição e subtração de mesmo denominador, e assim as crianças podiam manipular suas fichinhas já cortadas de acordo com a equivalência, pois assim podiam sobrepor e ver do que estávamos falando.

Após a adição e subtração de frações com mesmo denominador, passamos a utilizar os denominadores diferentes, porém múltiplos sem, contudo falar do algoritmo para se obter o mínimo múltiplo comum. Com a tirinhas cortadas, as crianças podiam sobrepor e perceber a equivalência onde ela acontecia. Dessa forma, o manipulativo era condição indispensável ao nosso trabalho.

3.2.3 Instrumentos De Coleta De Dados

A escolha dos métodos, técnicas e instrumentos para coleta de dados são imprescindíveis em qualquer tipo de pesquisa. Tomar a decisão sobre o que e como usar não é fácil, escolher os instrumentos, como, onde, quando, pode ser mais complexo do

que se esperava, e, dependendo da abrangência da pesquisa, mesmo sendo um “caso”, tudo isso pode ser mais complicado.

Para esta pesquisa, que também é participante, aplicaremos uma sequência didática em sala de aula, e assim tornamos partícipes e observadores dirigidos. Para Triviños (2015, p.141) “uma das situações mais difíceis que se apresentam ao pesquisador que quer estudar a realidade social que se está processando, que está ocorrendo, é a de definir com clareza sua função”, sendo assim o observador participante, neste caso, deseja conhecer aspectos relacionados a sua questão, bem como insere-se nesse processo de conhecimento.

Para Triviños (2015, p. 153):

“Observar”, naturalmente, não é simplesmente olhar. Observar é destacar de um conjunto (objetos, pessoas, animais, etc.) algo especificamente, prestando, por exemplo, atenção em suas características (cor, tamanho, etc.). Observar um “fenômeno social” significa, em primeiro lugar, que determinado evento social, simples ou complexo, tenha sido abstratamente separado de seu contexto para que, em sua dimensão singular, seja estudado em seus atos, atividades, significados, relações, etc.

Logo, cabe ao observador ‘observar’, olhar, mas com seu olhar e seu modo único de perceber, ter a perspicácia de observar os detalhes, pois por meio deles, terá que elaborar compreensões a cerca do vivido, do experienciado. Cabe ao observador, individualizar ou agrupar os fenômenos, de acordo com uma realidade que seja “indivisível”, sendo “essencialmente para descobrir seus aspectos aparentiais e mais profundos, até captar, se for possível, sua essência numa perspectiva específica e ampla, ao mesmo tempo, de contradições, dinamismos, de relações, etc.” (TRIVIÑOS, 2015, p. 153).

O observador precisa escolher se individualiza ou se agrupa, observando de forma plural e não singular, ou singularizando o que era plural, tudo isso em busca da essência do objeto a ser estudado. Essa essência é carregada de contradições, e, em educação essas contradições estas que poderão apontar novos caminhos, para novas relações.

Ao falarmos sobre pesquisa participante, estamos também falando de pesquisa-ação, pois pesquisamos sobre nossa própria ação, e, nesse caso, optamos por esse modelo por compreender a riqueza deste processo em nossa formação enquanto aluna e futura professora pesquisadora de sua própria ação. Acreditamos que a investigação

feita em nossa prática e em nosso ambiente de trabalho nos torna mais que meros professores, nos torna reflexivos, críticos e com isso é que podem surgir mudanças.

Diante da insatisfação em pesquisas educacionais é que surgiram pesquisas qualitativas com outros enfoques, pois para o professor pesquisar em seu ambiente de trabalho, altera sua condição de mero reprodutor de conhecimento para mediador de conhecimento, elaborador de compreensões e reflexões em torno de sua prática. Para Lüdke e André (1986), o pesquisador é colocado no meio da cena investigativa, ele passa de mero espectador a partícipe de um processo educacional muito maior. Dessa forma, a cumplicidade entre os sujeitos pode torna-se maior, aumentam-se as possibilidades de troca de experiências e conhecimentos advindos do meio, da cultura e até mesmo da própria experiência.

O estudo de caso, para André e Lüdke (1986, p.17):

[...] é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular. O interesse, portanto, incide naquilo que ele tem de único, de particular, mesmo que posteriormente venham a ficar evidentes certas semelhanças com outros casos ou situações.

Dessa forma, esse tipo de pesquisa não tem intenção de compilar dados e obter imediatamente resultados que possam ser universalizados, a profundidade analítica dos casos explorados é que nos interessa nessa modalidade de pesquisa, pois posteriormente, pode-se adquirir cientificidade das compreensões elaboradas por nós, meros pesquisadores de um determinado caso. Para nós, interessa o caminho a percorrer e não exatamente o ponto de chegada.

Para nos debruçarmos com os dados, antes porém temos que tê-los, e para isso faz-se necessário as anotações de campo, no estudo de caso, o registro diário de informações de forma complexa e metódica, não é necessário simplesmente “pela importância que nesse tipo de investigação adquirem o sujeito e o investigador, mas também pelas dimensões explicativas que os dados podem exigir” (TRIVIÑOS, 2015, p. 154).

As anotações de campo compreendem tudo aquilo que anotamos por meio de nossas percepções, porém os dados estão ali puros, mediante as fotos, as filmagens, podemos analisar melhor e elaborar as compreensões sobre o que expressamos inicialmente. Logo o diário de campo é fundamental, não só pelas primeiras impressões,

mas também por conter todo o material planejado cuidadosamente por nós, de posse de tudo isso, com nosso olhar inquiridor é que surgiram nossas convicções que por fim relatamos agora.

CAPÍTULO III



Figura 04: A Criança, a régua de equivalência e a mediação do professor.
Fonte: Pesquisa de campo/2016

O verdadeiro homem mede a sua força, quando se defronta com o obstáculo.
Antoine de Saint-Exupéry

4. A BUSCA DE SIGNIFICADOS

Ao falarmos sobre frações com as crianças, sempre é expressada por elas a ideia de repartir, de pizza, de um número expressado de forma diferente, em que se usa um número “em cima” e um “número em baixo”, vulgarmente falando. Dessa forma, nesse nosso trabalho, inicialmente nada foi diferente, o que podemos trazer como “novo”, se é que se pode chamar assim, é a contribuição do material manipulativo quanto à equivalência, pois a criança teve a chance de visualizar quando duas frações representam a mesma quantidade, mesmo sendo escritas de forma diferente.

Na caminhada em busca de significados, de caminhos possíveis, escolhemos por ressaltar dois momentos, sendo eles: A Equivalência de Frações Usando Material Manipulativo e As Operações de Adição e Subtração de Frações com o Uso de Material Manipulativo.

4.1 A Equivalência De Frações Usando Material Manipulativo

Iniciamos a aplicação de nossa proposta na sala de aula, mostramos no quadro figuras grandes feitas em gráfica para exemplificar o que estávamos falando, entregamos às crianças em folhas pequenas e plastificadas as “régua de fração”, duas para cada criança, uma já cortada em tiras e outra inteira, ambas plastificadas.

Após colocarmos a régua de fração no quadro negro, explicamos para os alunos como seria utilizada em sala de aula. Primeiro explicamos os cartazes que estão do lado esquerdo da imagem, mostrando as frações e suas diversas formas, explicando como é fácil somar e subtrair e que os alunos conseguem resolver diversas operações simples sem precisar de muito esforço. Com a régua de frações mostramos a equivalência e como podemos sobrepor uma fração a outra, demonstrando que podemos substituir uma fração por outra para facilitar a resolução das equações. Como por exemplo, se tivermos $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$, podemos substituir $\frac{1}{2}$ por $\frac{2}{4}$ e assim realizar a subtração obtendo $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$. Essa é apenas uma das muitas subtrações que podem ser realizadas utilizando a régua de frações que expomos em sala para auxiliar na aprendizagem dos alunos.

Figura 05: Régua de Frações no Quadro Negro



Fonte: Diário de Campo e Pesquisa -2016

As crianças gostaram muito das figuras, pois eram coloridas e chamativas, nas primeiras exemplificamos da diferença entre um meio, um terço, um quarto na mesma figura e, assim mostramos como dois quartos é “igual” em tamanho a um meio.

Para Verneque (2011), a relação feita entre duas frações pode ser vista de duas formas, quando há uma correspondência direta e absoluta entre o número de partes tomadas, ou seja, o numerador e o número total da divisão de partes, o denominador e também o contrário, a relação entre denominador e numerador.

Podemos afirmar assim que há uma relação absoluta entre a fração pictórica



e a fração numérica $3/1$. Uma relação relativa entre duas frações indica que as frações são equivalentes, isto é, as duas frações se referem à

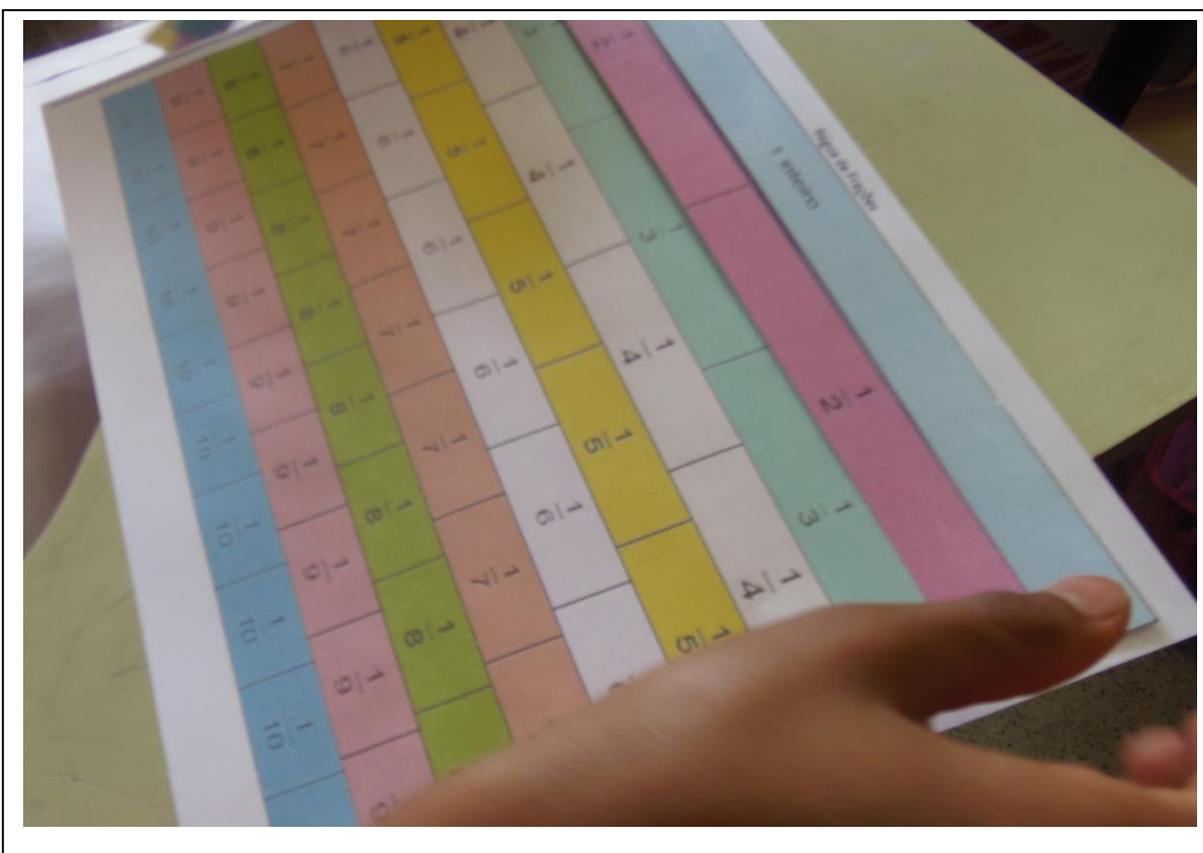
mesma proporção. Nesse caso, a fração pictórica  ou numérica $3/1$ possuem a mesma proporção que a fração numérica $6/2$, sendo possível estabelecer uma relação relativa entre elas (VERNEQUE, 2011, p. 03)

Por meio do desenho, da figura, da manipulação acreditamos que esse processo de compreensão é facilitado. Aprender o conceito por meio das figuras pode tomar um caminho contrário, o de levar a criança a pensar na figura dividida como única, por exemplo como se $1/3$ de uma figura de 1 metro quadrado, não fosse $1/3$ de uma figura

de 2 metros quadrados, a criança pode não entender a relação entre a medida um terço, pois em tamanho são realmente diferentes, mas em representação é a mesma situação e quantidade. Nesse caso, cabe ao professor explorar a ideia de fração, assim como explora uma laranja, uma uva, e uma melancia, a quantidade “um” relaciona-se a um objeto e não ao tamanho.

Utilizando esse material despertamos a curiosidade dos alunos para trabalhar com a matemática de um jeito diferente e divertido.

Figura 06: Régua de Frações



Fonte: Diário de Campo e Pesquisa -2016

A imagem anterior mostra o material que disponibilizamos para cada um dos alunos, com o objetivo de trabalhar com as frações de modo que cada aluno tivesse disponível seu próprio material para que conseguissem manipulá-lo e realizar suas próprias operações. Todos os alunos receberam um envelope com uma régua de frações e uma régua de frações recortadas para facilitar o manuseio e a comparação de uma régua para outra.

Percebemos durante as aulas que esse material pode mostrar que é preciso de um pouco mais de esforço para que os alunos possam aprender, sem que seja preciso usar apenas o tradicional quadro negro e o giz. Os alunos memorizam com mais facilidade, pois tem um material resistente e que pode ser usado em diversas aulas sobre frações.

A proposta de ensino que trabalha com material manipulativo, resgata um pouco da vivência do aluno com brincadeiras concretas do dia a dia, pois por muito tempo até mesmo na escola, manipular algo era visto como brincar, um brincar desinteressado do aprender. As aulas de matemática podem e devem usar muitos recursos pedagógicos.

Serrazina (1990), ao pesquisar e observar sobre o uso de materiais didáticos nas aulas de matemática, ressalta o cuidado que deve ser tomado pelos professores com essas metodologias, pois o professor precisa estar bem formado e informado para conduzir o uso de material manipulativo e concreto. Sendo assim, é fundamental a formação inicial do professor cuidar para que ele aprenda a lidar com essas metodologias.

Pais (2002), considerando os estudo de Chevillard (1991), afirma que os recursos metodológicos e didáticos estão associados às “criações didáticas” feitas neste estudo, pois quando Chevillard fala da transposição didática, estas também estão associadas a formas pedagógicas próprias para facilitar a percepção e ou aquisição do conhecimento.

Outro autor que também fala sobre material manipulável é Sarmiento (2010), ele ressalta que atividades executadas com material manipulável têm grandes chances de serem um sucesso, pois as crianças, nesse caso podem construir significados de forma consciente e concreta, antecedendo a aprendizagem abstrata, e foi o que percebemos muitas vezes, pois ao iniciarmos nossa proposta ouvíamos dos alunos frases como:

“É pra pegar o caderno? Já vai escrever, ou só ficar olhando essa figura?”
“Nossa nunca vi usar desenho desse jeito”
“Cêis vai voltar aqui, pra ensinar outras coisas?”
“Nunca vi matemática assim”.

As aulas em sua grande maioria são tradicionais, usando caderno e lápis, ou ainda atividades com o famoso “arme e efetue”, ou ainda “Siga o modelo”.

Para Sarmiento (2010, p. 4) o uso de material manipulável tem suas vantagens, como:

a) Propicia um ambiente favorável à aprendizagem, pois desperta a curiosidade das crianças e aproveita seu potencial lúdico; b) Possibilita o desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações realizadas com os colegas e com o professor; c) Contribui com a descoberta (redescoberta) das relações matemáticas subjacente em cada material; d) É motivador, pois dar um sentido para o ensino da matemática. O conteúdo passa a ter um significado especial; e) Facilita a internalização das relações percebidas.

Durante a aplicação da proposta podemos observar todas essas vantagens, o ambiente foi favorável, a proposta foi cuidadosamente preparado. Inicialmente procuramos despertar a curiosidade das crianças usando ao máximo as régua e mostrando com elas as medidas iguais, sobrepondo as fichas e com isso, elas podiam constatar na prática o que falávamos, de forma a interagir professoras e crianças, crianças com as próprias crianças.

Figura 7: Criança manipulando a Régua de Frações



Fonte: Diário de Campo e Pesquisa – 2016

Essa imagem mostra um dos alunos manuseando as régua de frações que foram entregues a eles. Podemos observar que ele está comparando as régua que já estão cortadas com a que permanece inteira para facilitar o manuseio. Juntamente com as régua foram entregues aos alunos uma lista de atividades para que eles resolvessem usando apenas as régua de frações e o auxílio das professoras que estavam em sala para tirar as dúvidas que foram surgindo no decorrer das atividades.

Figura 08: Crianças manipulando a Régua de Frações



0

Fonte: Diário de Campo e Pesquisa -2016

Nas imagens da figura oito verificamos que os alunos antes de começarem a resolver as atividades que foram propostas tiveram que se identificarem com as régua, uns tiveram mais dificuldade que os outros, pois estavam presos ao método tradicional e apresentaram um certo bloqueio quanto ao material que lhes foi entregue, mas com o decorrer das atividades foram conseguindo usá-lo o material de forma adequada e sem demonstrar a dificuldade inicial.

Manipular o material foi condição imprescindível para que compreendessem que as frações se equivalem não por terem os mesmos numeradores e denominadores, mas sim por representarem uma mesma medida de forma diferente. Quando perguntamos sobre o significado da palavra equivalente, elas respondiam:

“É quando é igual?”

“Uma coisa equivale à outra quando é igual”

Nesse sentido, mostrar na prática a diferença entre igualdade e equivalência foi muito proveitoso, pois as crianças observaram que a equivalência se faz em partes

representadas de forma diferente, mas que também representam a mesma parte de um todo. Dessa forma, esse conceito percebido pode também, posteriormente, contribuir com a sequência de denominadores múltiplos que devem ser encontrados para o cálculo do mínimo múltiplo comum.

Para Verneque (2011), o treino com as frações equivalentes de forma numérica e pictórica, ou seja por meio do desenho:

... envolve identificar novas frações equivalentes, não equivalentes às utilizadas no treino. Assim, após o ensino da equivalência entre as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$, e n outras frações, é desejável que diante de frações pictóricas e numéricas, não anteriormente utilizadas em treinos, um comportamento novo ocorra, como relacionar as frações $\frac{1}{7}$ e $\frac{2}{14}$ e outras, matematicamente equivalentes (VERNEQUE, 2011, p. 10)

Sendo assim, observamos o quanto o trabalho com material manipulável pode ajudar na compreensão de conteúdos fracionários, se o mesmo for bem preparado. A criança começa pelo conceito de equivalência de forma concreta e poderá ampliá-lo progressivamente, abstraindo assim a ideia, na medida em que progrida seus estudos, de forma bem planejada e consciente por parte do professor.

4.2 As Operações De Adição E Subtração De Frações Com O Uso De Material Manipulativo

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as operações são um conteúdo muito importante da aritmética a ser desenvolvido ao longo dos anos, entretanto é dado uma importância muito grande aos algoritmos, à técnica e não ao fato de que as operações demandam conceitos e processos de compreensão para além da técnica. Na maioria das vezes, as operações são trabalhadas com problemas descontextualizados, sem conexão real com o cotidiano e por meio de exercícios e tarefas repetitivas.

No caso das operações com frações, entender os conceitos envolvidos nos processos operatórios deve anteceder a apresentação dos algoritmos, e muitas vezes se apresenta esse conceito apenas por meio de uma figura em formato de pizza, ou ainda em forma de chocolate e por aí fica a discussão.

Para Piaget (1973), o uso de material concreto inicialmente com a criança é um processo de preparação por meio de experiências para que elas, futuramente, tornem-se estruturas complexas e abstratas. O espírito dedutivo, que a criança adquire ao manipular o concreto também prescinde de uma preparação exatamente por meio do

concreto, e isso ocorre por causa de duas razões: primeiramente as operações mentais ou intelectuais se formam por meio das ações diante do concreto, a criança interioriza o conhecimento manipulando adquirindo experiências lógico-matemáticas e em segundo lugar a coordenação dessas ações e as experiências que proporcionam a dedução interior lógico-matemática dão lugar a abstração, primeiro parte do concreto para chegar-se ao abstrato.

Dessa forma, operar significa também compreender e não só resolver continhas usando algoritmos que são puramente técnica, e falando em frações isso fica mais evidente e difícil. Juntamente com o material manipulativo colorido entregamos uma folha com operações simples parecendo atividades extremamente tradicionais, que não são ruins, porém quando abordadas de forma correta.

Figura 09: Criança Resolvendo operações com o auxílio da régua de frações



Fonte: Diário de Campo e Pesquisa -2016

Na imagem 09 podemos ver que os alunos já estão conseguindo resolver as operações com a ajuda de uma das professoras presentes na sala de aula, mesmo surgindo dúvidas os alunos se mostraram interessados e motivados pelo material utilizado para trabalhar com a equivalência de frações.

Os alunos manipulam com facilidade o material. A explicação que foi fornecida a eles antes das atividades foi produtiva e fez com que não tivessem dificuldades para trabalhar com esse material. Essa turma ainda não tinha visto esse conteúdo com a professora regente, eles tinham visto apenas adição e subtração de

frações com denominadores iguais, o que foi muito bom, pois não possuíam concepções a respeito de nosso trabalho.

Normalmente, as professoras inserem esse conteúdo utilizando o mínimo múltiplo comum, usando o dispositivo prático de múltiplos e primos, o que nessa idade ainda é muito abstrato para as crianças. Para Bertoni (2009), é muito importante que a criança tenha construído a ideia de número fracionário e seu significado, associando esse número a razões, proporções, escalas, ou seja, a operações matemáticas.

E como fazer então para somar frações com denominadores diferentes como $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$? Tivemos a oportunidade de perceber que a maior dificuldade da criança foi transpor a ideia de fração como número, e ainda como número que também “fazemos continhas com ele”, pois a apresentação abstrata da fração faz com não compreendam a atividade proposta, muito menos como somar esse tipo de número. Dessa forma, iniciamos a soma pela soma de fração de mesmo denominador, mostrado na régua de frações como seria.

Figura 10: Professora interagindo com a criança

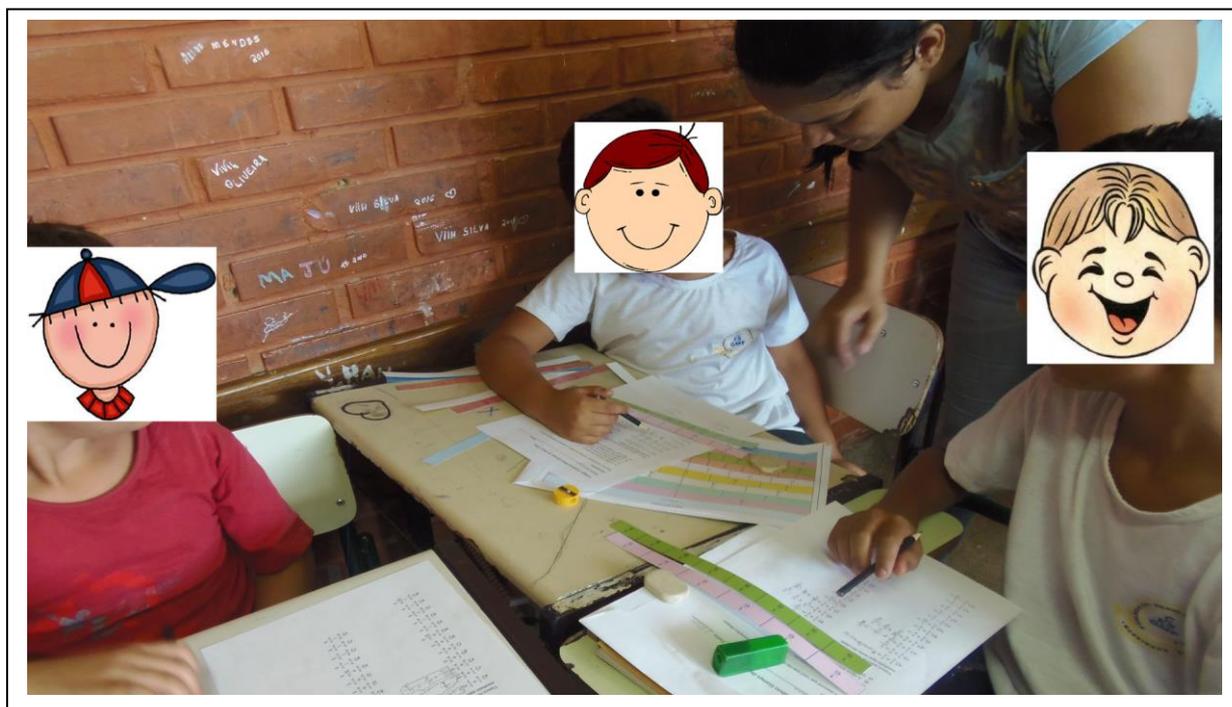


Nessa imagem o aluno mostra bastante interesse para resolver as atividades, tirando suas dúvidas com a professora. Podemos perceber que a professora aguarda a resposta do aluno e que em nenhum momento é passada resposta imediata. Com essas atividades deixamos os alunos livres para usar o conhecimento que eles já tinham sobre frações e tentar mudar um pouco o preconceito que eles haviam adquirido na apresentação abstrata do assunto.

Bittar (2005) observa, em suas pesquisas, que devemos iniciar o trabalho com as operações fazendo uso de material concreto, pois a técnica aprende-se com o tempo e tampouco pode-se ensiná-las todas nos anos iniciais, o importante nessa fase é a compreensão dos conceitos envolvidos.

Já Bertoni (2009), aconselha o início do estudo de operações com frações por meio das próprias frações, meios, terços, quartos, oitavos, sextos, quintos, décimos, pois dessa forma ao se trabalhar com seus conceitos separadamente tem-se a oportunidade de consolidar o que ela chama de “famílias de frações”.

Figura 11: Professora auxiliando as crianças



Fonte: Diário de Campo e Pesquisa -2016

Os alunos ficaram em duplas e nesse caso, fizeram um trio para que um fosse ajudando o outro, para que eles entre si fossem tirando as suas dúvidas, sempre usando as tiras, e a régua de fração, manipulando e vendo a equivalência para operar, sem, contudo, pensar em mínimo múltiplo comum. A essa altura um aluno novato que já teria visto esse conteúdo disse:

“Ah eu já vi isso, mas tem que fazer continha, senão num tem jeito não”.

Explicamos que realmente tem uma forma de fazer que iriam aprender adiante, mas que naquele momento queríamos que aprendessem usando a figura.

Nesse caso, houve a intervenção da professora devido a uma divergência na resolução da atividade há qual estavam fazendo. As dúvidas foram surgindo na realização das operações e muitos dos alunos conseguiram resolver eles mesmos sem que fosse preciso a intervenção das professoras. As crianças estabeleceram comparações e, foram se ajudando uma a uma, mostrando a divisa das tiras, quando elas coincidiam as frações eram equivalentes e assim por diante.

Figura 12: Resolução das operações no quadro



Fonte: Diário de Campo e Pesquisa -2016

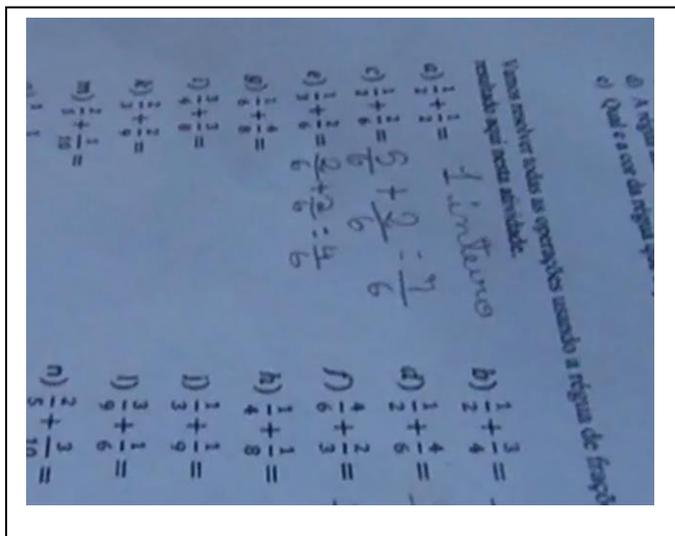
Os alunos responderam as atividades na folha que lhes foi entregue e em seguida resolvemos as atividades no quadro usando a régua de frações que estava no quadro negro. O professor auxiliando, mas não respondendo para cada aluno, deixando-o usar sua criatividade para assimilar uma régua à outra, caso o aluno não conseguisse responder o auxílio da professora era imediato impedindo que o aluno ficasse constrangido na frente dos seus colegas e perdesse o interesse pelo conteúdo. Todos os alunos estavam ansiosos para resolver as atividades no quadro e mostrar para seus colegas o que conseguiram aprender.

As operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes a um primeiro olhar, nos parece mais difícil do que a divisão e multiplicação, isso se olharmos apenas para o algoritmo e a técnica, pois multiplicar e dividir é direto sem o uso do auxílio do mínimo múltiplo comum (m.m.c.), enquanto somar e subtrair, torna-se mais complexo na medida que recorre a esse método prático.

Observamos que uma das dificuldades quando somamos ou subtraímos parece estar exatamente no conceito de parte e todo, pois é necessário que se indique inicialmente o todo e a parte tomada, e quando se soma, por exemplo $1/2 + 1/3$, partes tomadas de um todo dividido de forma diferente, temos que torná-las expressões do mesmo todo, dando uma ideia de padronização da medida inicial, o denominador que indica em quantas partes se dividiu o todo.

Dessa forma, se o ensino girar em torno de apenas ensinar o algoritmo, a resolução de frações com demonstradores diferentes será feito por meio do calculo do mínimo, múltiplo comum, eliminando-se assim a oportunidade de mostrar o conceito de equivalência, de que elas podem e devem ser transformadas em unidades de mesma medida.

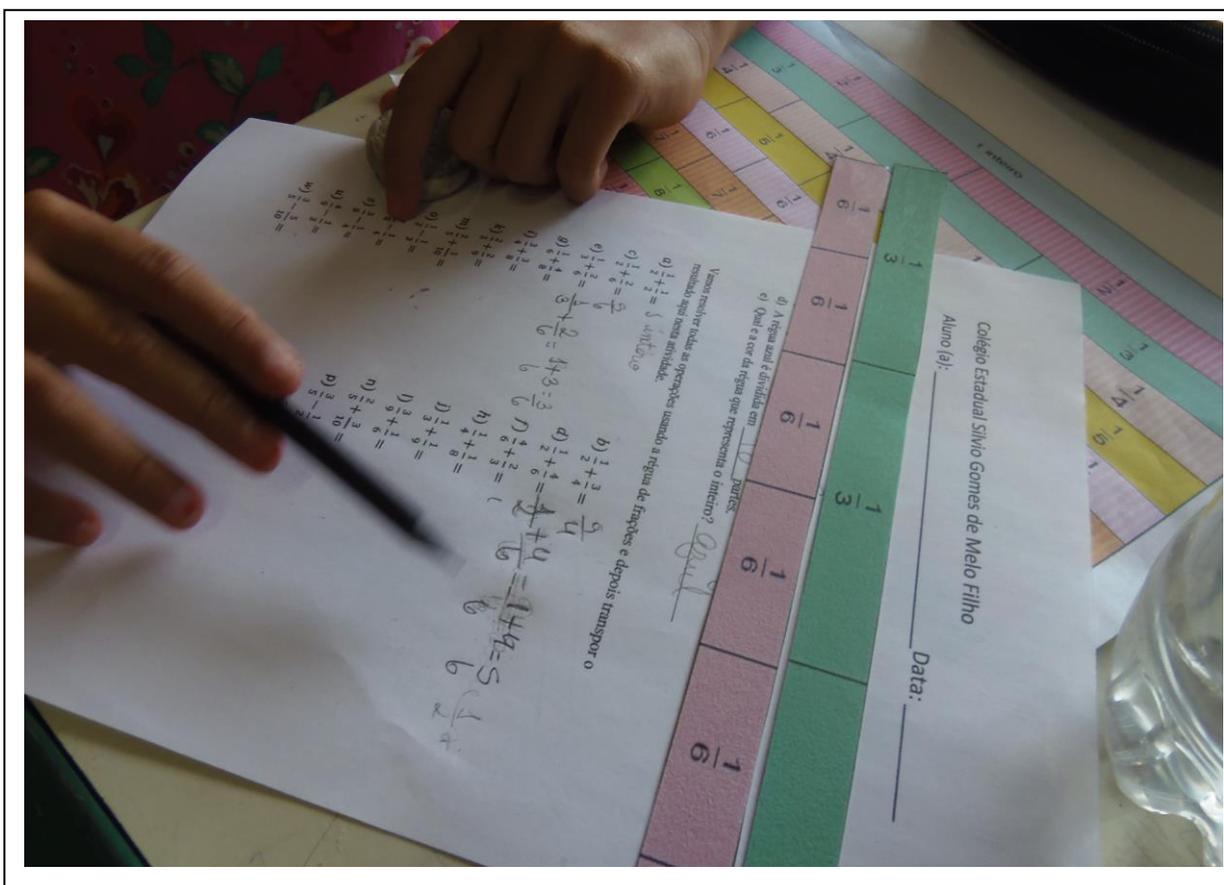
Figura 13: Resolução das operações feitas por crianças



Fonte: Diário de Campo e Pesquisa – 2016

Essas foram algumas das atividades sugeridas e podemos observar que os próprios alunos resolveram sem ser preciso da ajuda das professoras. Uma lista de exercícios simples que ajudou os alunos a lembrar de nossas explicações, e usando a régua de frações pra efetuar suas devidas operações, pode ser mais simples.

Figura 14: Criança resolvendo operações usando equivalência e o material manipulativo



Fonte: Diário de Campo e Pesquisa – 2016

Nessa imagem o aluno associa as régua para fazer a alteração das frações para facilitar a resolução da operação. Podemos observar que o aluno aproximou uma régua da outra para que ficasse mais fácil a associação. As régua são usadas para auxiliar os alunos no momento em que eles precisam identificar qual das frações são equivalentes as que eles estão procurando para resolver as continhas.

Sabemos da necessidade em se ensinar a técnica do algoritmo, pois aprendemos assim, a diretora, a coordenadora, os pais das crianças também aprenderam

dessa forma. E, em sala de aula, seremos cobrados “você está usando só desenho, onde estão as contas? ”E isso será normal, pois fomos todos educados com o uso do algoritmo, porém podemos tentar mudar aos poucos, entendemos a necessidade do uso do algoritmo, só pensamos que existe um tempo adequado para o ensino do mesmo e isso se dá após a aprendizagem do conceito, o algoritmo nada vale sem o conceito, pois operar e desenvolver o conceito independente de desenvolver a regras.

5. CONSIDERAÇÕES

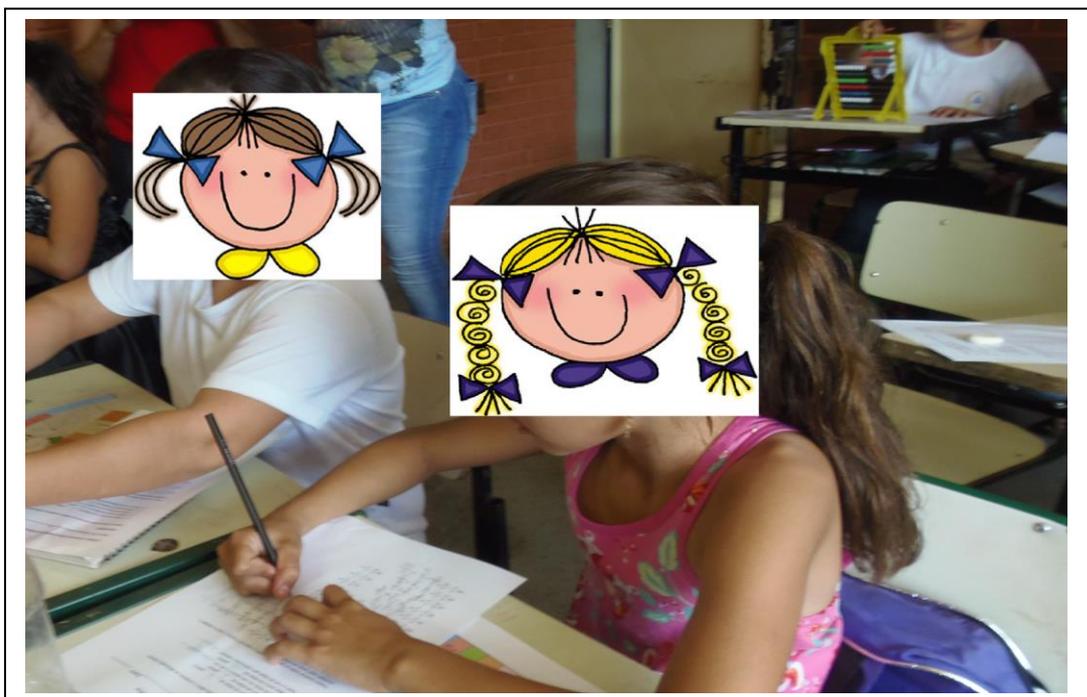


Figura 15: Crianças resolvendo as atividades

Fonte: Diário de Campo e Pesquisa – 2016

A vida é uma grande escola, muito embora os pais queiram adiantar as matérias... É somente com o tempo, quase sempre quebrando a cara, que os filhos aprendem as difíceis lições.

Nelson Barh

5.1 O Que Levo De Tudo Isso?

Trabalhar com frações nos anos iniciais pode ajudar a criança no seu desenvolvimento e facilitar seu conhecimento na matemática nos anos seguintes. Esse trabalho é extremamente importante, pois é por meio dele que o aluno começa a ter noção da importância da matemática no seu cotidiano, visto que a matemática está presente em tudo. Trabalhar com equivalência de frações mostra para o aluno que existem maneiras diferentes e mais simples de se aprender uma disciplina que muitos dizem ser complexa. Podem e devem ser usados materiais lúdicos, concretos, inserindo em sala de aula algo que os alunos estejam acostumados a usar. Mediar o conhecimento para o aluno em aula, dando-lhe a oportunidade de fazer parte do que está sendo ensinado, fazer com que o aluno tenha interesse em participar, por vontade própria e não por obrigação de ter que passar pela disciplina.

Neste sentido, podemos dizer que a equivalência de fração ajuda os alunos a compreender o conceito de fração, tornando menos dependente de regras as quais percebemos que, até hoje, são passadas para os alunos, os quais aprendem que se tem a regra e que precisa mudar apenas os números de lugar para realizar as operações, os alunos não aprendem o porquê daquela regra, quando e onde pode usa-la se não estiver no contexto que o professor ensinou, que se pode trabalhar o mesmo conteúdo de maneiras diferentes. Com a preparação desse trabalho pude notar que ainda existem muitos tabus a serem quebrados, não apenas com a matemática, mas também com as demais disciplinas, pois elas estão interligadas e independente da forma que o professor usa pra trabalhar cada uma é necessário que seja explicado para os alunos.

De certa maneira esse trabalho serviu para nos mostrar a importância que tem os pedagogos no asno iniciais, pois são por meio deles que se podem unir todas essas disciplinas, devido sua qualificação e aos estudos realizados por eles no decorrer dos quatro anos de graduação, nos quais passamos por diversas situações, tanto em sala de aula, quanto nos estágios realizados por nos sobre orientação de nossos professores.

Os alunos com os quais foi realizada a pesquisa nos mostrou que estamos no caminho certo e que com o passar dos anos podemos melhorar muito o ensino nas escolas. Eles precisam ser compreendidos e os professores precisam mudar o método de ensinar, pois os alunos de hoje não aprendem mais como os de ontem e, principalmente, no mundo da tecnologia precisamos de novos meios para manter os alunos focados no que estão fazendo.

Na sala de aula pude perceber o interesse das crianças por algo novo, colorido e que chamava bastante a atenção deles, mesmo sendo a disciplina considerada difícil, todos tiveram bastante interesse e muitos tiveram dificuldades, o que já era de se esperar, mas com a ajuda da minha professora orientadora Mestra Kênia Bomtempo e de uma das minhas colegas de sala Patrícia de Sousa Sampaio Bela tivemos um ótimo desenvolvimento nas atividades, os alunos que conseguiram aprender com mais facilidade começaram a ajudar os colegas e a aula se tornou muito produtiva, apesar do pouco tempo que passamos com os alunos consegui aprender muitas coisas com eles. Pude aprender como é incrível a capacidade que crianças ainda tão pequenas têm uma melhor compreensão do trabalho em grupo, a facilidade que umas têm de ensinar as outras e como para elas parece mais fácil aprender algo que não usa regras.

O ensino de fração pode ser muito difícil para o aluno que está iniciando no conhecimento matemático apresentado pela escola, principalmente pela quantidade de formulas ensinada a eles. Os alunos primeiro precisam visualizar compreender para depois abstrair o que esta sendo transmitido a eles.

Os professores que estão se formando agora, precisam esquecer parte do método de como foram ensinado para trabalhar com os alunos de um jeito diferente. Descobrir que os alunos precisam de um pouco mais de atenção e que se possível esses professores possam levar materiais novos e não trabalhar somente com o livro didático. Nos professores precisamos entender que os alunos são diferentes uns dos outros e mudar as táticas usadas para o ensino. Alguns alunos tem mais facilidade, outros têm mais dificuldades, mas ambos precisam aprender as mesmas coisas mesmo que leve mais tempo para que isso aconteça.

De tudo isso posso dizer que aprendi mais do que ensinei, frações são realmente complicadas de ensinar para crianças ainda tão pequenas, principalmente quando elas já têm alguma noção do que é fração mesmo que tenha sido de um método que não seja totalmente adequado para a faixa etária delas. A princípio também aprendi assim, mas quando tive que reaprender com equivalência de frações para que pudesse ensiná-las de um modo diferente percebi que poderia ter aprendido primeiro de um jeito que me ajudasse a compreender e depois sim aprender as regras, as formulas e os demais jeitos que se tem de aprender frações.

6 REFERÊNCIAS

BERTONI, N. E. **Um novo paradigma no ensino e aprendizagem das frações**. Universidade de Brasileirinha, 2004.

BERTONI, N. E. A construção sobre número fracionário. In: **Boletim de Educação Matemática**. anov21, n 31, Rio Claro. UNESP 2008

BERTONI, N. E. **Mo650 modulo VI: Educação e Linguagem Matemática IV**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

BITTAR, M. **fundamentos e metodologias de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. 2º Ed. Campos Grandes MS. Ed, UFMS, 2005.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – 5ª a 9ª Séries**. Brasília: Brasília, MEC/SEF, 1998.

CAMPOS, T.; MAGINA, S.; NUNES S, T. O professor polivalente e as frações: conceitos e estratégias de ensino. In: **Educação matemática pesquisa**. V8, n 1, São Paulo, 2006.

CENTURIÓN, Marília. **Números e operações**. São Paulo: Scipione, 1994.

COMÊNIO, João Amós. **Didáctica Magna**. Tratado da arte universal de ensinar tudo a todos. Introdução, Tradução e Notas de Joaquim Ferreira Gomes. 3. ed. Lisboa: Fundação Lisboa; Calouste Gulbenkian, 1957.

D'AUGUSTINE, C. H. **Métodos modernos Para o Ensino da Matemática**. Trad. Maria Lúcia F. F. Peres. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1976.

D'AUGUSTINE, C. H. **Métodos Modernos para o Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: o Livro Técnico, 1981.

FIorentini, D.; Miorim, M.A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim da SBEM. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

FIorentini D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil**. Revista Zetetikê, Ano 3, nº 4, Unicamp, Campinas / São Paulo: 1995.

KAMII, C. **A criança e número: Implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 e 6**. Tradução A. de Assis. 11ª ed. Campinas: Papirus, 1990.

LOPES, A. J. **O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhe ensinar frações**. Bolema, Rio Claro. SP. v. 21. 2008.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e linguagem materna: a análise de uma impregnação mútua**. São Paulo: Cortez, 1990.

NACARATO, A. M. **Eu Trabalho primeiro no concreto**. Revista de Educação Matemática. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Ano 9, n.9-10, (2004-2005), Disponível em: http://vicenterisi.googlepages.com/RevEdMat_gamo.pdf#page=7 Acesso em: 18 fev. 2017.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre, 1997.
PIAGET, J. **Para onde vai a Educação?**. Rio de Janeiro: Livraria José Olympo. Editora/Unesco, 1973.

PAIS, L. C. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

SANTOS, A. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental**. Dissertação (mestrado em Educação matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2005.

SARMENTO, A. K. C. **A Utilização dos materiais Manipulativos nas Aulas de Matemática**. VI Encontro de Pesquisa em Educação da UFPI, Teresina, PI. 2010.

SERRAZINA, M. de L. **Os materiais e o Ensino da Matemática**. Revista Educação e Matemática. Lisboa: APM, n. 13, 1990.

SMOLE, K. S. & DINIZ, M. I. (org.) **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

SMOLE, K. S. **A Matemática na Educação Infantil. A teoria das inteligências múltiplas na prática escolar**. Porto Alegre, Editora Artes Médicas: 1996.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais**. São Paulo: Atlas, 2015.

VERNEQUE, L. **Supersseletividade: efeito do requisito de resposta e do tempo de exposição ao estímulo**. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, 2011.