

**ANÁLISE DA PRECISÃO DO SOFTWARE GRELHAS
EQUIVALENTES PARA AVALIAÇÃO DE
DESLOCAMENTOS EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO**

LETYCIA CRUVINEL ALMEIDA

Rio Verde, GO
2023

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
GOIANO – CAMPUS RIO VERDE
BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE DA PRECISÃO DO SOFTWARE GRELHAS
EQUIVALENTES PARA AVALIAÇÃO DE
DESLOCAMENTOS EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO**

LETYCIA CRUVINEL ALMEIDA

Trabalho de curso apresentado ao
Instituto Federal Goiano – Campus Rio Verde,
como requisito parcial para obtenção do Grau
de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Marcel Willian Reis Sales

Rio Verde, GO
2023

Sistema desenvolvido pelo ICMC/USP
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas - Instituto Federal Goiano

CL651a Cruvinel Almeida , Letycia
ANÁLISE DA PRECISÃO DO SOFTWARE GRELHAS
EQUIVALENTES PARA AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTO EM LAJES
MACIÇAS DE CONCRETO / Letycia Cruvinel Almeida ;
orientadora Marcel Willian Reis Sales. -- Rio
Verde, 2023.
33 p.

TCC (Graduação em ENGENHARIA CIVIL) -- Instituto
Federal Goiano, Campus Rio Verde, 2023.

1. Analogia de grelha . 2. Deslocamento. 3. Lajes
Maciças. I. Willian Reis Sales, Marcel , orient. II.
Título.

AGRADECIMENTOS

Aos amigos e familiares Cintya Kristina, Bruna Andrade, Franscislene, Lethicia Motta, por todo o apoio e pela ajuda, que muito contribuíram para a realização deste trabalho. Ao meu marido Rafael Alves Martins, meus pais Rogério Almeida Silva e Kristiane Cruvinel dos Santos Almeida e irmã Maria Fernanda Cruvinel Almeida, que me incentivaram nos momentos difíceis e compreenderam a minha ausência enquanto eu me dedicava à realização deste trabalho, por todo carinho e companheirismo.

Agradeço ao Instituto Federal Goiano, que me deu o conhecimento necessário para concluir este trabalho. Agradeço ao meu professor Marcel Willian Reis Sales por todo o auxílio e orientação. Agradeço a todos que fizeram parte direta ou indiretamente deste trabalho. Agradeço a Deus por ter me dado a chance de ter chegado até aqui e concluído com êxito esse desafio.

BIOGRAFIA DO ALUNO

Natural da cidade de Rio Verde de Goiás-GO, filha de Kristiane Cruvinel dos Santos Almeida e Rogério Almeida Silva. Graduando(a) em Engenharia Civil pelo Instituto Federal Goiano – Campus Rio Verde. Em 2022 começou um estágio na empresa Top construtora onde se aprofundou na execução de todos os tipos de projetos, no entanto, vê uma maior afinidade com o projeto estrutural. Portanto, a partir dessa experiência, desperta-se o desejo de continuar pesquisando na área de estruturas para melhor compreender a resolução de estruturas complexas. Busca através deste, a conclusão do bacharelado em engenharia civil pela apresentação do trabalho.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Características das Lajes	23
Tabela 2. Referenciais analíticos para Laje 1 isolada.....	25
Tabela 3. Referenciais analíticos para Laje 1.....	28
Tabela 4. Referenciais analíticos para Laje 2.....	29
Tabela 5. Referenciais analíticos para Laje 3.....	31

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Planta de fôrma simples com duas lajes maciças.	12
Figura 2. Discretização da laje.	14
Figura 3. Discretização de um corpo contínuo pelo método dos elementos finitos. ...	21
Figura 4. Discretização da laje por meio da Analogia de Grelhas	22
Figura 5. Seções transversais das lajes..	23
Figura 6. Interface do programa Análise de Grelha Equivalentes, versão 1.5.0.	24
Figura 7. Gráfico de deslocamento da laje 1 isolada.....	25
Figura 8. Mapa de deformações da laje 1 isolada	25
Figura 9. Gráfico de deslocamento da laje 1.....	27
Figura 10. Mapa de deformações das lajes interligadas	28
Figura 11. Gráfico de deslocamento da laje 1.....	29
Figura 12. Gráfico de deslocamento da laje 2.....	30

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Lajes Maciças	12
1.2	Deslocamentos em Lajes	13
1.3	Método dos Elementos Finitos	13
1.4	Analogia de Grelhas	13
2	OBJETIVOS	15
2.1	Geral.....	15
2.2	Específicos.....	15
3	referências bibliográficas.....	16
4	CAPÍTULO ÚNICO.....	18
4.1	Introdução.....	19
4.2.1	Deslocamentos	19
4.2.2	Método dos elementos finitos	21
4.2.2	Analogia de grelhas equivalentes.....	21
4.3	Métodos.....	22
4.4	Resultados e Discussões.....	24
4.4.1	Laje Isolada.....	24
4.4.2	Lajes interligadas	26
4.5	Conclusão	31
4.6	Referências Bibliográficas	31

RESUMO

Objetivou-se por meio deste estudo avaliar as flechas produzidas por lajes de diferentes dimensões utilizando um software, que tem como princípio a analogia de grelhas equivalentes. Analisou-se três lajes maciças e de concreto, a fim de obter os deslocamentos adotou-se o programa computacional Grelhas Equivalentes, os valores encontrados foram comparados com referenciais analíticos. Como por meio do software não é possível se escolher os apoios adotados para os cálculos da laje, e este é um fator que pode influenciar os valores das flechas, os referenciais analíticos foram calculados considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e o método de ábaco por vinculações de lajes. Com base nos resultados apresentados, o software de análise de deslocamentos em lajes maciças obteve valores dentro dos limites de 15% estabelecidos para este estudo, em pelo menos um dos métodos de cálculo. Na Laje 1 isolada, houve uma diferença de 12% entre o valor analítico de referência e o valor gerado pelo software, mas ao aplicar o método do ábaco de vinculação de lajes, para a mesma laje interligada o erro foi reduzido para 4,65%. Na Laje 2, o método de ábacos por vinculação de lajes resultou em um erro de 13,33%, enquanto na L3, o método de cálculo bi-apoiado resultou em um erro de 4,72%. No entanto, em nenhum dos casos, os valores de deslocamento obtidos pelo software foram próximos aos valores analíticos que adotaram o engaste como um dos apoios. Em geral, o software foi útil para análise de deslocamentos em lajes maciças, mas é necessário melhorias e mais dados para obter resultados mais precisos e confiáveis.

Palavras-chave: Analogia de Grelha., Deslocamento e Lajes Maciças.

ABSTRACT

The objective of this study was to evaluate the deflection produced by slabs of different dimensions using a software, principle is the analogy of equivalent grids. Three solid and concrete slabs were analyzed, in order to obtain the displacements, the computational program Equivalent Grids was adopted, the values found were compared with analytical references. As it is not possible to choose the supports adopted for the slab calculations through the software, and this is a factor that can influence the values of the deflection, the analytical references were calculated considering the adoption of different types of support, and the method of abacus by binding of slabs. Based on the results presented, the displacement analysis software for solid slabs obtained values within the limits of 15% established for this study, in at least one of the calculation methods. On Slab 1 alone, there was a difference of 12% between the analytical reference value and the value generated by the software, but when applying the abacus method of linking slabs, for the same interconnected slab the error was reduced to 4.65%. In Slab 2, the slab linking abacus method resulted in an error of 13.33%, while in L3, the bi-supported calculation method resulted in an error of 4.72%. However, in none of the cases, the displacement values obtained by the software were close to the analytical values that adopted the crimp as one of the supports. In general, the software was useful for analyzing displacements in massive slabs, but improvements and more data are needed to obtain more accurate and reliable results.

Keywords: Gridwork Analogy, Dimensioning and Solid Slabs.

1 INTRODUÇÃO

Considera-se as lajes como um dos elementos estruturais mais adotados na construção civil. Até recentemente determinar as tensões e deslocamentos em vários pontos de uma estrutura de concreto armado ou protendido era a parte mais complexa do projeto, devido a isto por muitos anos, os cálculos de lajes eram limitados ao uso de tabelas para lajes isoladas, geralmente retangulares, e adotando certos procedimentos simplificados afim de identificar esforços solicitantes em painéis contínuos.

Hoje, já existem métodos que são aplicados em programas computacionais com cálculos mais precisos, capazes de avaliar o pavimento de forma integrada. Os métodos numéricos, como a analogia de grelha e elementos finitos, são eficazes e precisos no que se trata da análise dos deslocamentos no de forma integrada. De acordo com Reis *et al.*, (2007), devido à capacidade de processamento dos computadores, antigamente era dificultosa ou até mesmo inviável a implementação destes métodos, com avanço das tecnologias ligadas a ciências da computação, tais metodologias são hoje comumente empregadas para cálculo de lajes em programas comerciais de projeto, sendo desta forma, mais utilizados que as tabelas nos escritórios de engenharia.

Com intuito de analisar de forma otimizada sobre os esforços produzidos por uma laje, o Método dos Elementos Finitos, conforme Gelatti (2012), tem como princípio a divisão do meio contínuo ou corpo sólido em um número conveniente de elementos, ligados em suas extremidades por nós. Dessa forma, quanto maior o número de nós e elementos há uma tendência de obter-se resultados mais confiáveis, o autor ainda explica que o campo de deslocamentos dentro de cada elemento é aproximado por funções, em geral polinomiais, que interpolam os valores de deslocamentos.

Consoante a isto o Método de Analogia de Grelha consiste em um modelo que permite a avaliação do comportamento de um piso através da discretização das lajes em uma malha de barras sujeita a atuação do carregamento vertical. Conforme Leite, (2017), o modelo possui diversas características que tornam a obtenção de resultados mais compatíveis com a realidade, sendo fundamental a adoção de 8 critérios de geração da malha que levem em consideração parâmetros do funcionamento da estrutura para a obtenção de resultados com a precisão adequada.

Tendo em vista isto, objetivou-se por meio deste estudo avaliar as flechas produzidas por lajes de diferentes dimensões um software, que tem como princípio de análise de lajes por meio da analogia de grelhas equivalentes e comparar os resultados encontrados com referenciais analíticos.

1.1 Lajes Maciças

A laje maciça é um dos sistemas mais tradicionais, pois é composta por vigas e pilares, pode ser uma boa opção por obter lajes e vigas de pequenas dimensões, claro se for bem adequada ao projeto arquitetônico (FARIA, 2010).

Conforme Bastos (2015) lajes maciças são aquelas com a espessura totalmente preenchida com concreto – sem vazios, contendo armaduras embutidas no concreto, e apoiadas ao longo de todo ou parte do perímetro. De modo geral, não são aplicadas em construções residenciais e outras de pequeno porte, pois nesses tipos de construção as lajes nervuradas pré-fabricadas apresentam vantagens nos aspectos custo e facilidade de construção. A Figura 1 apresenta uma planta de forma simples com duas lajes maciças.

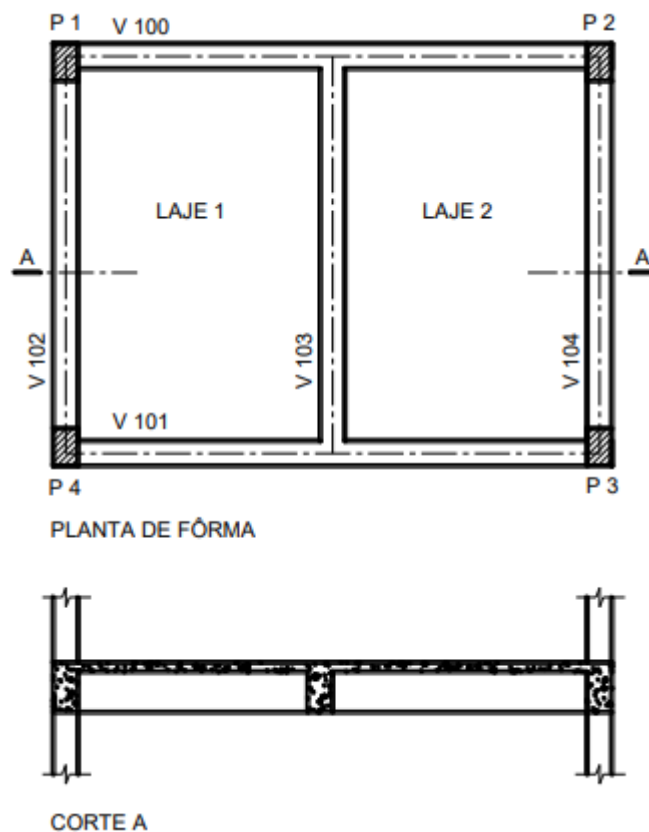


Figura 1. Planta de fôrma simples com duas lajes maciças.
Fonte: Bastos (2015)

A NBR 6118 (ABNT 2014) especifica a espessura mínima de 7 cm para as lajes maciças para coberturas que não estejam em balanço, 8 cm para lajes de piso que não estejam em balanço, 10 cm para lajes em balanço, e também para lajes que suportem veículos de peso igual ou menor que 30kN, 12 cm para lajes que terão que suportar veículos com peso maior que 30 kN, 15 cm para lajes com pretensão apoiadas em vigas, com o mínimo de $l/42$ para lajes de

piso biapoiadas e $l/50$ para lajes de piso contínuas e 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo.

1.2 Deslocamentos em Lajes

Entende-se por flecha, o deslocamento perpendicular de uma estrutura de concreto, ou seja, a distância entre o ponto no qual a laje não sofre deformação e o ponto em que ela sofre a deformação perpendicularmente devido a uma série de fatores, dentre os quais citam-se o carregamento, módulo de elasticidade do material e comprimento do vão (FARDIM, 2017).

Conforme a NBR 6118 (ABNT 2014) os deslocamentos são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura, A norma citada apresenta uma limitação para estes deslocamentos e a partir da limitação dos deslocamentos: dar estabilidade sensorial ao usuário; permitir a utilização adequada da construção; permitir o bom funcionamento dos elementos não-estruturais; e permitir o bom funcionamento dos elementos estruturais. Haja vista que se em algum momento, o deslocamento ultrapassar os limites estabelecidos pelo estado limite último (ELU), a edificação estará comprometida FARDIM, 2017).

Conforme a NBR 6118:2014 (ABNT 2014) os deslocamentos são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura.

1.3 Método dos Elementos Finitos

Como destaca Donin *et al.* (2007), utilizar métodos exatos no cálculo de lajes muitas vezes é inviável devido à complexidade das geometrias das estruturas. Por isso, o auxílio de ferramentas como o método dos elementos finitos se tornou um importante aliado na resolução de problemas de alta complexidade.

Levando em consideração a malha de elementos finitos, Gelatti (2012) analisa que existe um refinamento considerado ideal para cada tipo de estrutura em cada situação para que o tempo gasto no cálculo bem como a precisão obtida seja apontada como satisfatória, já que mais elementos levam a maior precisão e também a um maior custo de processamento do cálculo.

1.4 Analogia de Grelhas

A analogia de grelha equivalente é um dos métodos numéricos mais usados para a análise de lajes em concreto armado, estando implementado em diversos softwares comerciais, como exemplo o software Eberick. Conforme a Alto Qi (2022), uma grelha é uma estrutura plana reticulada composta de membros contínuos que se interceptam ou se cruzam mutuamente,

a qual está sujeita a cargas perpendiculares ao seu plano. Os esforços solicitantes nas grelhas são determinados no programa pelo método matricial da rigidez direta.

Conforme Leite (2017), o Método de Analogia de Grelha consiste na substituição de um pavimento por uma grelha equivalente, que corresponde a uma série ortogonal de barras, dispostas no plano horizontal, que representam os elementos estruturais do pavimento (vigas e lajes). Nesse método os pilares são considerados como apoios indeformáveis. Um exemplo da discretização da laje em elementos de barra pode ser visto na Figura 2.

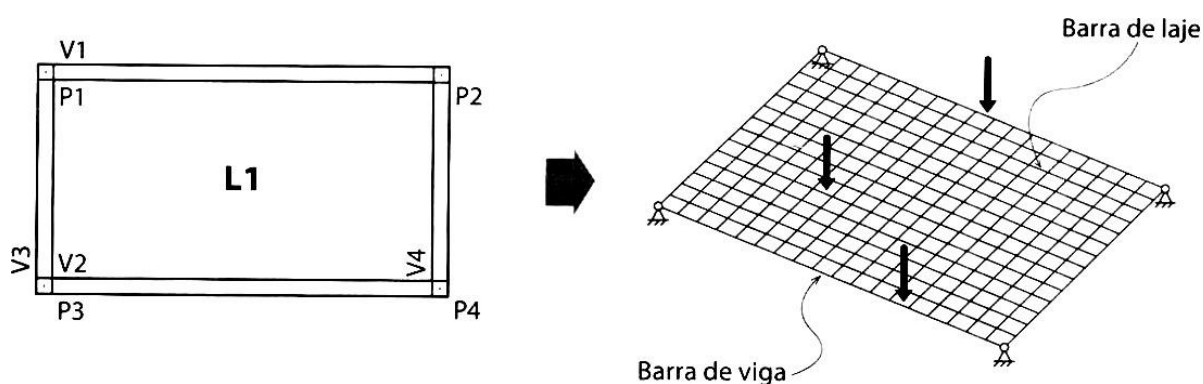


Figura 2. Discretização da laje.

Fonte: Kimura (2007)

O método pode ser utilizado para a análise de lajes poligonais de formas diversas, incluindo também as vigas de apoio. Desse modo, podem-se calcular os esforços no pavimento como um todo, levando-se em conta as deformações das vigas (ARAÚJO, 2010).

Uma etapa importante na geração da malha para um correto dimensionamento e detalhamento está na escolha do espaçamento das barras, na escolha das características das barras, principalmente a inércia a flexão e a torção, e na correta atribuição das condições de contorno e rigidez das vinculações com os apoios (LEITE, 2017).

Sabe-se que a analogia de grelha consiste em representar a laje, sendo está um meio contínuo, através de barras perpendiculares entre si, ligadas em nós. É importante consolidar que existem quatro esforços básicos a serem considerados no cálculo, sendo eles dois momentos (um torsor e um fletor) e dois esforços cortantes, e ainda, os deslocamentos (REIS, 2007).

2 OBJETIVOS

2.1 Geral

Avaliar a precisão do software de Grelhas Equivalentes para análise de deslocamentos em lajes maciças de concreto, comparando os resultados obtidos pelo software com valores analíticos considerando diferentes métodos de cálculo.

2.2 Específicos

- Analisar o deslocamento das lajes através do refinamento da malha;
- Verificar a influência do tipo de apoio no cálculo de deslocamentos em lajes maciças de concreto pelo software de Grelhas Equivalentes.
- Comparar os valores de deslocamentos obtidos pelo software de Grelhas Equivalentes com valores analíticos considerando diferentes métodos de cálculo.
- Verificar a aplicabilidade e limitações do software de Grelhas Equivalentes para análise de deslocamentos em lajes maciças de concreto em projetos de engenharia.

3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Lajes de concreto**. Notas de aula na disciplina 2117 - Estruturas de Concreto I, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Bauru/SP, agosto/2015. Disponível em: <wwwp.feb.unesp.br/pbastos>. Acesso em: 8 jul. 2023.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014. 415p

DONIN, C., DUTRA, C., RIZZATTI, E., GOMES, H. B. O método dos elementos finitos na análise de lajes nervuradas. II Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, 2007.

ELOY, Luiz. **Métodos dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. Elsevier Brasil, 2011.

FARDIN, Hedelvan Emerson. Análise de modelos de cálculo de flecha em lajes de concreto armado. 2017.

FAVA, Guilherme Coelho et al. Análise Numérica Utilizando o Método das Grelhas e Elementos Finitos. **Revista de Engenharia e Pesquisa Aplicada**, v. 6, n. 1, p. 73-83, 2021.

FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. **Um Primeiro Curso em Elementos Finitos**. 1. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2009.

GELATTI, F. Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado: modelagem por elementos finitos de barra. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

HUTTON, David V. **Fundamentals of Finite Element Analysis**. 1. ed. The McGraw-Hill, 2004.

JUNIOR, Andrew Cass; CHUST, Roberto Carvalho. Programa livre para análise de grelhas de concreto. **Interação-Revista de Ensino, Pesquisa e Extensão**, v. 15, n. 15, p. 58-78, 2013.

KIMURA, Alio. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado – Cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais**. 1ª ed. São Paulo: Pini, 2007. 624 p.

LATHA, M. S.; PRATIBHA, K. Analysis and comparison of conventional slab and grid slab for symmetric and asymmetric structures. **Materials Today: Proceedings**, v. 46, p. 1860-1869, 2021.

LEITE, Gabriela Borim et al. Estudo dos critérios de parametrização do modelo de grelha para o cálculo de lajes maciças de concreto armado. 2017.

LONGO, L. F. **Analogia de grelha para lajes em concreto armado**. Alto Qi. Eberick. Disponível em <://suporte.altoqi.com.br/hc/pt-br/articles/360003164693-Analogia-de-grelha-para-lajes-em-concreto-armado>. Acesso em: janeiro de 2023.

MELO, Anthony Matheus Cavalcante de et al. **Estudo comparativo entre o método de cálculo simplificado, analogia de grelhas e método dos elementos finitos, na análise estrutural de lajes maciças de concreto armado**. 2022.

RAFAELI, Matheus. Dimensionamento de lajes lisas: análise comparativa da obtenção dos esforços pelo método elástico aproximado e pelo método de elementos finitos. 2020.

REIS, Eduardo Martins dos et al. Análise de pavimentos de edifícios utilizando a analogia de grelha. 2007.

RODRIGUES JUNIOR, Claudio; MALUF FILHO, William Manjud. Estudo matemático dos elementos finitos utilizados em cálculo estrutural. In: **IX Simpósio de Iniciação Científica, Didática e de Ações Sociais da FEI**, São Bernardo do Campo, 2019. Departamento de Engenharia Mecânica, Centro Universitário

SABAH, Ragib; ÖZTORUN, Namik Kemal; SAYIN, Baris. Development of YAY2020, an FEA program with full-size stiffness matrix for static analysis of high-rise buildings: A comparison with SAP2000. **Case Studies in Construction Materials**, v. 17, p. e01576, 2022.

4 CAPÍTULO ÚNICO

Estudo do comportamento de lajes, via analogia de grelha.

Study of the behavior of slabs, using gridwork analogy.

Resumo

Objetivou-se por meio deste estudo avaliar as flechas produzidas por lajes de diferentes dimensões utilizando um software, que tem como princípio a analogia de grelhas equivalentes. Analisou-se três lajes maciças e de concreto, a fim de obter os deslocamentos adotou-se o programa computacional Grelhas Equivalentes, os valores encontrados foram comparados com referenciais analíticos. Como por meio do software não é possível se escolher os apoios adotados para os cálculos da laje, e este é um fator que pode influenciar os valores das flechas, os referenciais analíticos foram calculados considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e o método de ábaco por vinculações de lajes. Com base nos resultados apresentados, o software de análise de deslocamentos em lajes maciças obteve valores dentro dos limites de 15% estabelecidos para este estudo, em pelo menos um dos métodos de cálculo. Na Laje 1 isolada, houve uma diferença de 12% entre o valor analítico de referência e o valor gerado pelo software, mas ao aplicar o método do ábaco de vinculação de lajes, para a mesma laje interligada o erro foi reduzido para 4,65%. Na Laje 2, o método de ábacos por vinculação de lajes resultou em um erro de 13,33%, enquanto na L3, o método de cálculo bi-apoiado resultou em um erro de 4,72%. No entanto, em nenhum dos casos, os valores de deslocamento obtidos pelo software foram próximos aos valores analíticos que adotaram o engaste como um dos apoios. Em geral, o software foi útil para análise de deslocamentos em lajes maciças, mas é necessário melhorias e mais dados para obter resultados mais precisos e confiáveis

Palavras-chave: Analogia de Grelha., Deslocamento e Lajes Maciças.

Abstract

The objective of this study was to evaluate the deflection produced by slabs of different dimensions using a software, principle is the analogy of equivalent grids. Three solid and concrete slabs were analyzed, in order to obtain the displacements, the computational program Equivalent Grids was adopted, the values found were compared with analytical references. As it is not possible to choose the supports adopted for the slab calculations through the software, and this is a factor that can influence the values of the deflection, the analytical references were calculated considering the adoption of different types of support, and the method of abacus by binding of slabs. Based on the results presented, the displacement analysis software for solid slabs obtained values within the limits of 15% established for this study, in at least one of the calculation methods. On Slab 1 alone, there was a difference of 12% between the analytical reference value and the value generated by the software, but when applying the abacus method of linking slabs, for the same interconnected slab the error was reduced to 4.65%. In Slab 2, the slab linking abacus method resulted in an error of 13.33%, while in L3, the bi-supported calculation method resulted in an error of 4.72%. However, in none of the cases, the displacement values obtained by the software were close to the analytical values that adopted the crimp as one of the supports. In general, the software was useful for analyzing displacements in massive slabs, but improvements and more data are needed to obtain more accurate and reliable results.

Keywords: Gridwork Analogy, Dimensioning and Solid Slabs

4.1 Introdução

As lajes são elementos estruturais feitos de concreto que são amplamente utilizados para criar pisos horizontais. O dimensionamento desses elementos estruturais requer a avaliação estrutural para garantir uma execução mais econômica e segura. Por muitos anos, o cálculo das lajes era feito utilizando-se tabelas para lajes isoladas retangulares e certos procedimentos para obter os esforços em painéis contínuos (REIS, 2007). No entanto, com a necessidade de avaliar o comportamento das lajes por meio de modelos mais precisos e capazes de avaliar o pavimento de forma integrada, foram desenvolvidos softwares capazes de dimensionar estruturas, mecanizando o processo de dimensionamento e projeto dessas estruturas (SABAH et al., 2022).

Os métodos numéricos, como a analogia de grelha e elementos finitos, são amplamente utilizados nos programas comerciais de projeto e muito empregados nos escritórios de engenharia (SABAH et al., 2022). De acordo com Gelatti (2012), o princípio básico do Método dos Elementos Finitos (MEF) é a divisão do meio contínuo ou corpo sólido em um número conveniente de elementos, ligados em suas extremidades por nós. Assim, quanto maior o número de nós e elementos, mais confiáveis serão os resultados obtidos. O campo de deslocamentos (ou de tensões) dentro de cada elemento é aproximado por funções, em geral polinomiais, que interpolam os valores de deslocamentos (ou tensões) nodais (GELATTI, 2012).

Gelatti, (2012) também aponta que existe um refinamento considerado ideal para cada tipo de estrutura em cada situação, de modo que o tempo gasto no cálculo e a precisão obtida sejam satisfatórios. A analogia de grelha equivalente é um dos métodos numéricos mais usados para a análise de lajes em concreto armado, implementado em diversos softwares comerciais (ARAÚJO, 2010). O método consiste na substituição da laje por uma grelha de vigas que representam a estrutura real da laje. Esse método pode ser utilizado para a análise de lajes poligonais de formas diversas, incluindo as vigas de apoio, permitindo o cálculo dos esforços no pavimento como um todo, levando em conta as deformações das vigas (ARAÚJO, 2010).

De acordo com Giongo et al. (2016), a metodologia de grelhas equivalentes é baseada na equação de equilíbrio das forças e momentos em cada nó da grelha, que pode ser resolvida utilizando métodos matriciais, tais como o Método dos Elementos Finitos (MEF).

A utilização da metodologia de grelhas equivalentes tem se mostrado altamente eficaz e precisa no cálculo de lajes, tornando-se amplamente empregada na prática da engenharia civil. No entanto, é fundamental ressaltar que sua aplicação demanda conhecimento e experiência por parte do projetista, além do uso de softwares específicos para a modelagem e análise da estrutura. É importante que esses softwares sejam testados para verificar se os valores apresentados estão em conformidade com os cálculos analíticos.

Com base nesse contexto, o presente estudo teve como objetivo avaliar as deformações produzidas por lajes retangulares, a partir do refinamento de malhas por meio de um software de cálculo de grelhas equivalentes. Foram considerados diferentes tipos de apoio e o método de ábaco por vinculação de lajes para a obtenção dos valores analíticos de deslocamento.

4.2.1 Deslocamentos

Os cálculos de deslocamento em lajes maciças são importantes para garantir a segurança e a durabilidade da estrutura. Segundo Wu e Wang (2020), a deformação excessiva pode levar à fissuração e até mesmo ao colapso da estrutura. Por isso, é fundamental que o cálculo de deslocamento seja realizado de forma precisa e rigorosa.

Há basicamente dois métodos de cálculo para lajes maciças, o elástico e o de ruptura, O primeiro basear-se em um elemento sujeito a cargas de serviço. O segundo é baseado no mecanismo de ruptura da laje. No elástico, subestimam-se os deslocamentos. No da ruptura, procuram-se formas de falhas na laje, chamado de charneiras plásticas

Conforme a NBR 6118:2014 (ABNT 2014) os deslocamentos são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura. Para este trabalho considerou-se o método elástico a fim de obter os deslocamentos das lajes.

Os métodos de cálculo de flecha máxima em lajes maciças podem variar dependendo das características da laje, como as dimensões, o tipo de carregamento e os apoios utilizados. O primeiro método que será adotado neste estudo é o de cálculo de lajes maciças utilizando ábacos por vinculação de lajes que se trata de uma técnica simplificada e gráfica que pode ser utilizada para determinar as flechas máximas em lajes submetidas a carregamentos uniformemente distribuídos.

Esse método se baseia na análise da laje como um conjunto de lajes paralelas vinculadas entre si, formando uma grade. A partir dessa grade, é possível determinar as flechas máximas da laje por meio de ábacos que relacionam o comprimento da laje, o módulo de elasticidade do concreto e a relação entre o comprimento e a altura da laje.

Para os cálculos de deslocamentos máximos das lajes considerando o método de ábacos de vinculação de lajes, considerou-se por equação analítica (Eq. 1), apresentada por Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

$$W_{\max} = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} \quad \text{Eq.1}$$

Onde: p é o carregamento uniformemente distribuído sobre a placa; α se de trata de um coeficiente tabelado em função de λ ou γ .2; l_x é o menor vão da laje; E é o módulo de elasticidade do concreto; h é a altura da laje ou espessura da placa.

É importante salientar que o método de cálculo de flecha máxima em lajes maciças por meio de ábacos por vinculação de lajes apresenta limitações e não contempla todos os aspectos relevantes para o cálculo dessas estruturas, especialmente a influência dos tipos de apoio adotados. Com o intuito de contornar essa limitação, o presente estudo considerou as Equações 2, 3 e 4 propostas por Pinheiro et al. (2010) para o cálculo de flechas em lajes maciças, as quais levam em conta a influência dos diferentes tipos de apoio. A Equação 2 refere-se ao cálculo de flecha em lajes bi-apoiadas, a Equação 3 para lajes apoiadas e engastadas, e a Equação 4 para lajes biengastadas.

$$W_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot I} \quad \text{Eq.2}$$

$$W_{\max} = \frac{3}{554} \cdot \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot I} \quad \text{Eq.3}$$

$$W_{\max} = \frac{1}{384} \cdot \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot I} \quad \text{Eq.4}$$

Onde: p é o carregamento uniformemente distribuído sobre a placa; l é o menor vão da laje; E é o módulo de elasticidade do concreto.

4.2.2 Método dos elementos finitos

No âmbito da Engenharia de Estruturas, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores. Este tipo de cálculo tem a designação genérica de análise de estruturas e surge, por exemplo, no estudo de edifícios, pontes, barragens (AZEVEDO, 2023).

Em linhas gerais, pode-se definir o MEF como um método matemático, no qual um meio contínuo é discretizado (subdividido) em elementos que mantêm as propriedades de quem os originou. Esses elementos são descritos por equações diferenciais e resolvidos por modelos matemáticos para que sejam obtidos os resultados desejados (LOTTI, 2006).

Este conjunto formado pelos elementos finitos dá-se o nome de malha, que por sua vez estão conectados entre si por intermédio de pontos discretos, que são chamados de nós, que por sua vez está diretamente relacionada com a exatidão da solução (FISH, 2009). Aumentando o número de elementos de uma malha, a convergência da solução também aumenta. Este procedimento é conhecido como refinamento da malha, e ao passo que o número de divisões tende a infinito, a solução do sistema de equações diferenciais parciais converge para o valor exato (HUTTON, 2004). A Figura 3 ilustra o princípio da discretização aplicado no método dos elementos finitos (MEF).

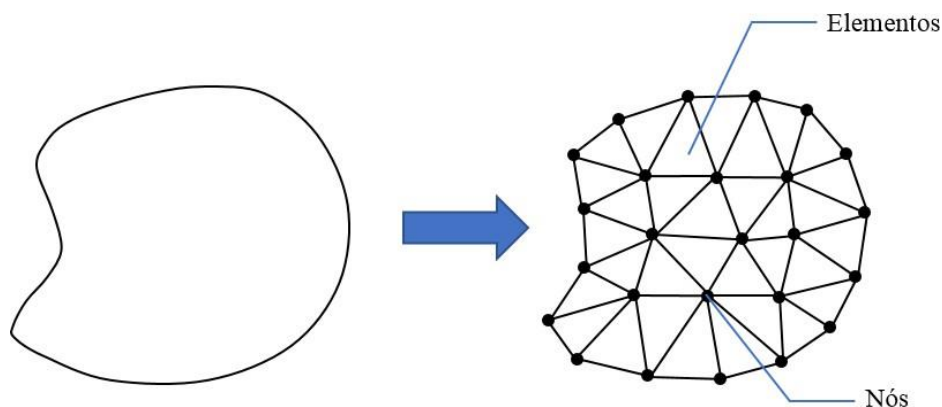


Figura 3. Discretização de um corpo contínuo.

Fonte: Rodrigues Junior e Maluf Filho, 2019.

4.2.2 Analogia de grelhas equivalentes

A analogia de grelhas equivalentes é um método numérico bastante utilizado na análise de estruturas em engenharia civil. Conforme Fava (2021), o processo de grelha equivalente consiste em discretizar a laje em dois conjuntos de linhas, um na vertical e outro na horizontal, igualmente espaçadas, sendo interligadas por pontos chamados de nós, conforme é apresentado na Figura 4.

Essa malha é utilizada no cálculo dos esforços, substituindo de forma aproximada a laje poligonal. Para determinar a relação entre força e deslocamento, nos métodos clássicos de análise estrutural, utiliza-se o método das forças ou o método dos deslocamentos.

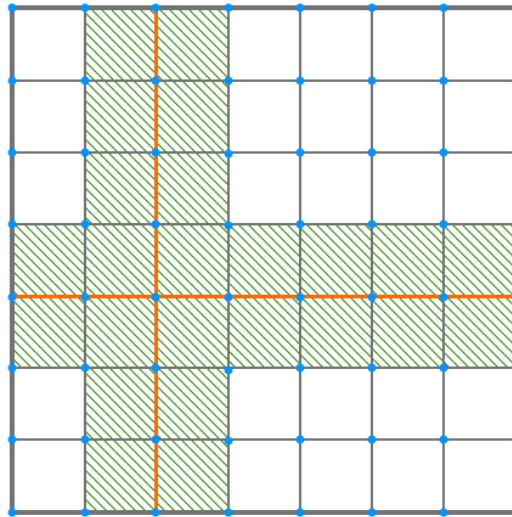


Figura 4. Discretização da laje por meio da Analogia de Grelhas
Fonte: Longo, (2022).

Outra abordagem para a análise de deslocamentos em lajes é apresentada por Lopes *et al.* (2019). Os autores propõem o uso do método dos elementos finitos para a análise de lajes nervuradas em concreto armado. Segundo os autores, o método permite avaliar as deformações e deslocamentos da laje, bem como os esforços internos que atuam na estrutura.

4.3 Métodos

Neste artigo foi feito o estudo de quatro elementos de lajes com diferentes dimensões. A primeira Laje (L1), foi analisada de forma isolada, analisou-se também L1, Laje 2 (L2), Laje 3 (L3), interligadas (Figura 5), a fim de obter os deslocamentos produzidos em cada laje.

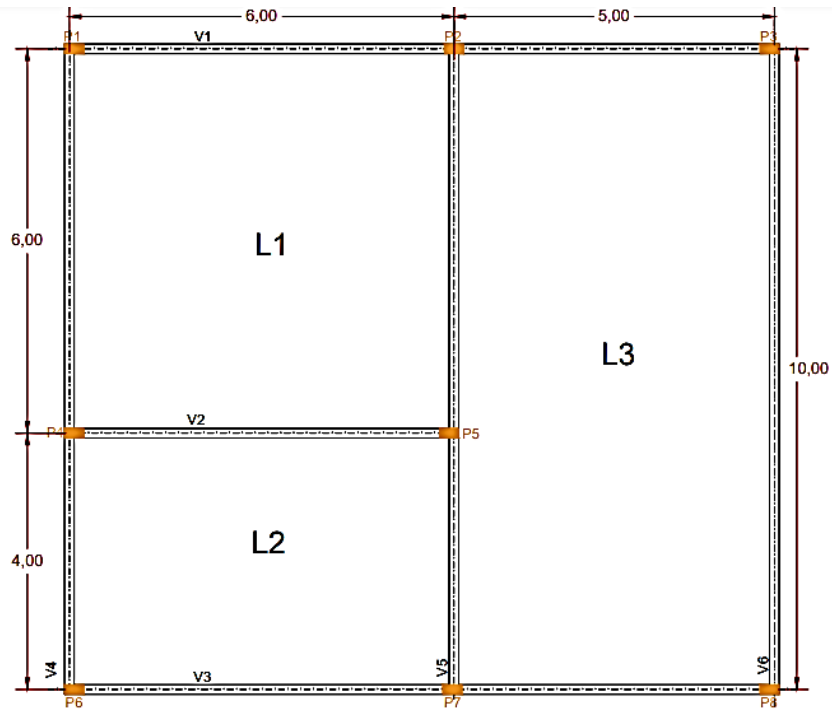


Figura 5. Seções transversais das lajes..

Fonte: Próprio Autor, (2023)

A Tabela 1 apresenta os valores característicos adotados para cada laje.

Tabela 1. Características das Lajes

	Laje 1	Laje 2	Laje 3
p	5,00	5,00	5,00
E_c	21287367	21287367	21287367
α	4,67	4,38	5,66
h	0,12	0,12	0,12
l_x	6,00 m	4,00 m	5,00 m

p= Total de pesos; E_c = Módulo de elasticidade; α = Coeficiente para cálculo de flechas; h= Espessura das lajes; l_x = Menor vão da laje.

Fonte: Próprio Autor (2023)

O programa adotado para obtenção dos deslocamentos e refinamento das malhas neste estudo foi o Análise de Grelha Equivalentes, versão 1.5.0. que, se trata de uma ferramenta com pré-processador gráfico que permite a análise de grelhas por barras, visando seu emprego no cálculo de estruturas de pavimentos de concreto. Sua interface por ser visualizada na Figura 6.

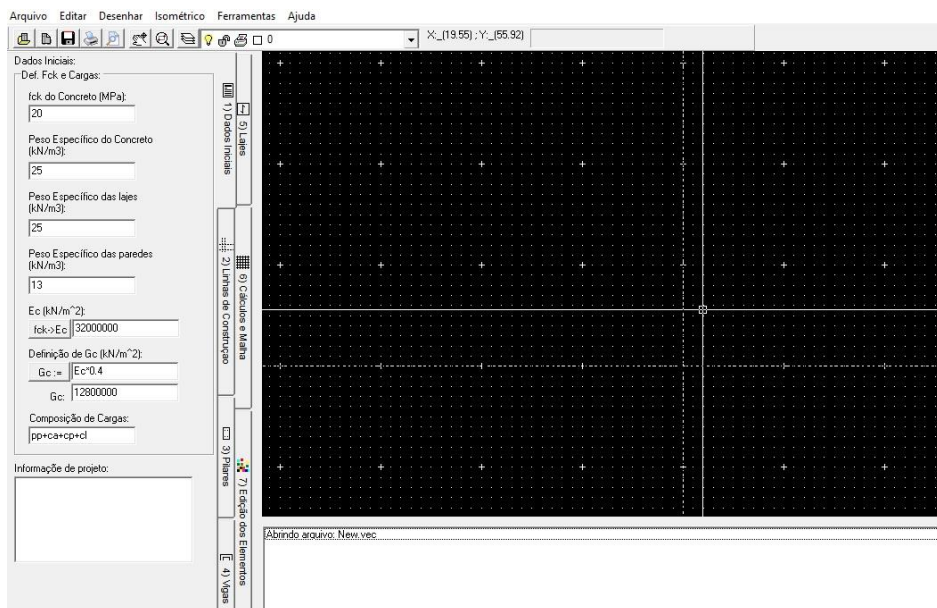


Figura 6. Interface do programa Análise de Grelha Equivalentes, versão 1.5.0.
Fonte: Próprio Autor, (2023).

Por meio deste programa, as lajes foram discretizadas em analogia de grelha com as barras espaçadas em números pares, a fim de se obter o deslocamento. Para efeito de comparação, gerou-se um modelo em elementos finitos.

Como por meio do software não é possível se escolher os apoios adotados para os cálculos da laje, e este é um fator que pode influenciar os valores das flechas, os referenciais analíticos foram calculados considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e do método de ábaco por vinculações de lajes. Calculou-se ainda o erro percentual a partir da Equação 5.

$$\text{Erro} = (1 - (V_{\text{medido}} - V_{\text{nominal}} = V_{\text{nomina}}) / A) * 100 \quad \text{Eq. 5}$$

Onde, e(%) refere-se ao erro, V_{medido} = Valor medido e V_{nominal} = Valor nominal . Considerando os baixos valores encontrados para os deslocamentos e as taxas aceitáveis adotadas por projetistas, neste estudo foi adotado um critério de erro percentual máximo de 15% entre o valor analítico e o valor obtido pelo software para avaliar sua precisão nos cálculos de deslocamento. Se o erro estiver dentro desse limite, pode-se considerar que o software foi preciso em seus cálculos de deslocamento. Além disso, é possível determinar qual método se aproxima mais dos valores do software e verificar qual deles foi adotado.

4.4 Resultados e Discussões

Durante a avaliação dos dados, foi realizada uma análise comparativa dos valores obtidos para o deslocamento máximo em cada laje, utilizando as equações analíticas e o refinamento da malha por meio do software.

4.4.1 Laje Isolada

Os resultados obtidos a partir do refinamento das malhas e os deslocamentos correspondentes a laje L1 são apresentados na Figura 7. Foram executados seis processos de refinamento até os valores convergirem, é possível verificar que a elevação do número de elementos resulta em um aumento dos valores obtidos para os deslocamentos.

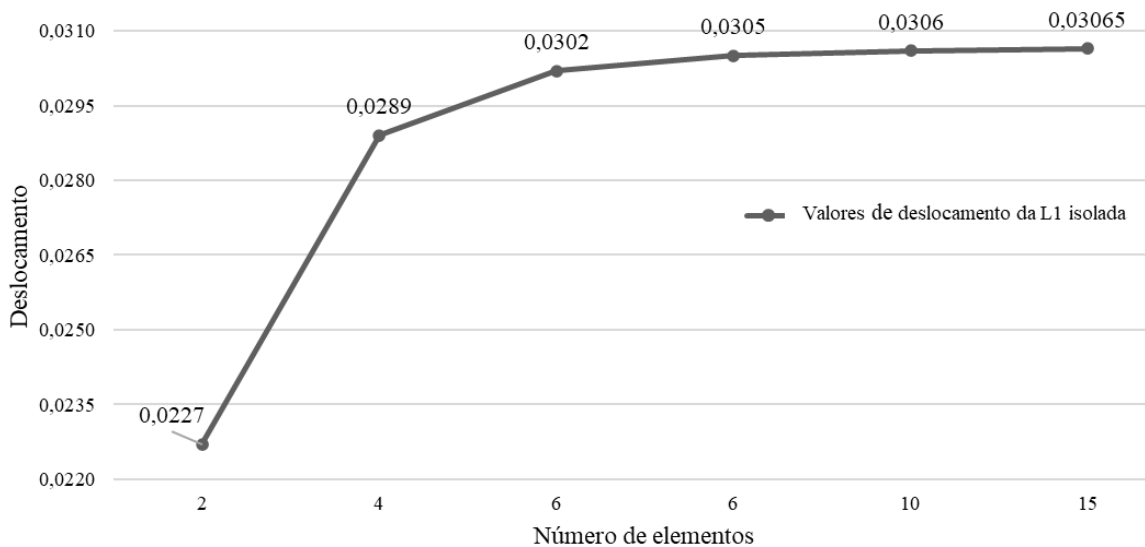


Figura 7. Gráfico de deslocamento da laje 1 isolada
 Fonte: Próprio Autor, (2023).

Vale ressaltar que o valor deslocamento encontrado por meio do programa de analogia de grelha convergiu-se no último refinamento realizado. Por meio da Figura 8 visualizar e analisar o comportamento das estruturas sujeita as deformações. As diferentes cores no mapa representam diferentes valores de deslocamento em um dado ponto da estrutura.

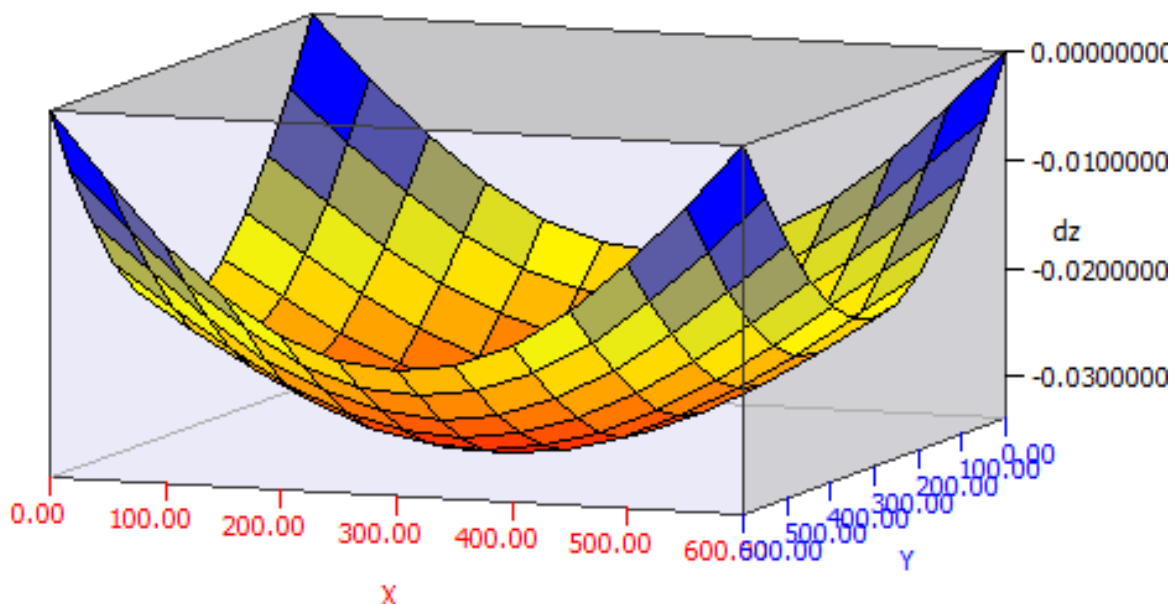


Figura 8. Mapa de deformações da laje 1 isolada
 Fonte: Próprio Autor, (2023).

A Tabela 2 apresenta os valores encontrados para os referenciais analíticos, obtidos a partir dos cálculos das flechas realizados para Laje 1 isolada, considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e do método de ábaco por vinculações de lajes, tais valores foram comparados com valor encontrado para o deslocamento obtido por meio do refinamento da malha.

Tabela 2. Referenciais analíticos para Laje 1 isolada

Laje 1 isolada			
Equação	Cálculo adotado	Wmax (m)	Erro (%)

Eq.1	Ábacos de vinculação das lajes	0,00820	274,39%
Eq.2	Laje bi apoiada	0,02753	12,00%
Eq.3	Laje apoiada e engastada	0,01145	168,00%
Eq.4	Laje bi engastada	0,00551	458,00%

Fonte: Próprio Autor, (2023).

Durante a análise dos resultados obtidos através dos refinamentos das malhas, foi possível observar que o valor do deslocamento variou de acordo com o tipo de refinamento utilizado. No primeiro refinamento (2x2), o deslocamento foi de 0,02270 m, enquanto no refinamento em que os valores foram estabilizados (12x12), o valor encontrado para a flecha máxima da Laje 1 isolada foi de 0,03065 m. Esse valor foi comparado com os valores encontrados pelos métodos de cálculo analíticos.

Ao comparar o resultado obtido pelo software de grelhas equivalentes com o valor analítico obtidos através do método de ábacos de vinculação das lajes (0,00820 m), observa-se um erro significativo de cerca de 274,39%, o que 15% indicado pelos projetistas. Esse erro sugere que o método de cálculo utilizado pelo software pode não ter considerado as mesmas condições e hipóteses adotadas no cálculo analítico de referência.

Os valores de deslocamento obtidos para uma laje bi apoiada, laje apoiada e engastada, e laje bi engastada são respectivamente de 0,02753 m, 0,01145 m e 0,00551 m. Ao comparar os valores de deslocamento e seus respectivos erros apresentados para as lajes bi apoiada, apoiada e engastada, e bi engastada com o erro máximo de 15%, verifica-se que apenas o valor de deslocamento para a laje bi apoiada está dentro do intervalo aceitável, apresentando um erro de 12,00%. Já as lajes apoiada e engastada e bi engastada apresentam erros de 168,00% e 458,00%, respectivamente, muito acima do limite aceitável. Esses valores indicam a inadequação dos métodos utilizados para essas lajes, podendo ser necessária uma revisão dos cálculos e das condições adotadas para o cálculo dos deslocamentos.

4.4.2 Lajes interligadas

Analisou-se as flechas da Laje 1 (L1), Laje 2 (L2) e a Laje 3 (L3), de forma conjunta. Para L1, analisada de forma interligada as demais lajes, foram feitos dez refinamentos da malha, até se atingir a estabilidade no valor da flecha, quatro refinamentos a mais do que foi necessário para a mesma laje analisada de forma isolada. O processo de refinamento da L1, pode ser visto na Figura 9.

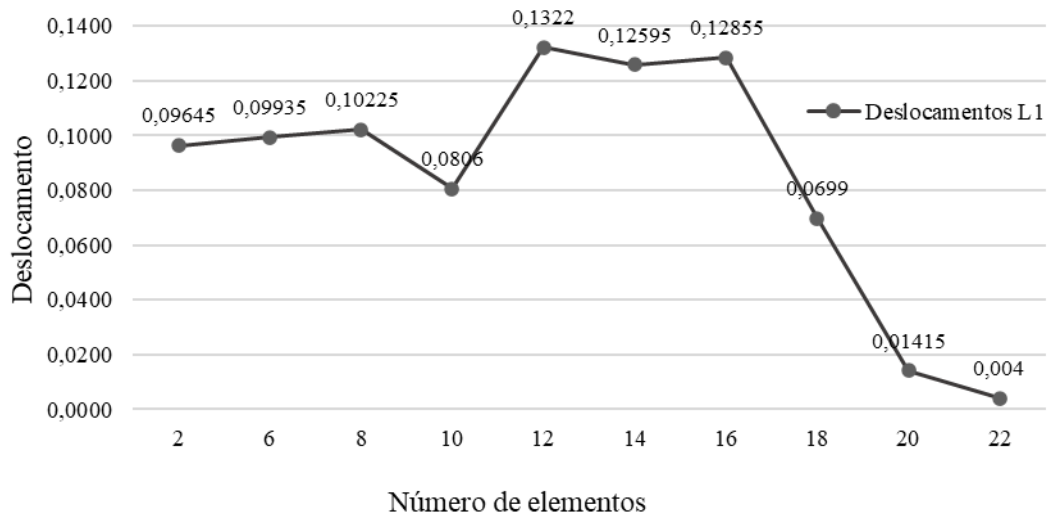


Figura 9. Gráfico de deslocamento da laje 1
 Fonte: Próprio Autor, (2023).

Ao aumentar o número de nós, ou seja, refinar a malha, diferentemente da laje analisada de forma isolada, os valores dos deslocamentos não se comportaram de forma crescente, isto porque quando se divide as lajes em elementos finitos, divide-se como um todo, e o valor adotado para a flecha individual que cada laje se encontra em seu nó de centro, que pode ter variação de coordenadas à medida que são feitos os refinamentos.

Devido a isto, antes do valor da flecha se estabilizar no valor de deslocamento real da laje, ocorre variações nos valores de deslocamento à medida que são feitos os refinamentos. Dentre os valores de deslocamentos encontrados para L1 interligada, a maior flecha foi do refinamento 12 x 12 (0,1322 m), seguido do 16x16 (0,12595 m) e sequentemente o 14x14 (0,12855 m), a partir do refinamento 18 x 18 (0,0699 m), o valor da flecha começa a decrescer e se estabiliza no refinamento 22 x 22 com uma flecha de 0,00400 m. A diferença de deslocamento entre a Laje 1 isolada e a Laje 1 interligada foi de 0,02665 m, o que representa uma diferença significativa. Isso sugere que a presença de outras lajes interligadas afeta diretamente o comportamento estrutural de cada laje individualmente.

Como mencionado anteriormente, a interligação das lajes impacta no comportamento estrutural como um todo, e isso foi evidenciado pelos resultados encontrados. Além disso, a diferença nos deslocamentos entre a Laje 1 isolada e a Laje 1 interligada também pode ser explicada pela variação nas coordenadas dos nós de centro, que ocorre durante os refinamentos da malha. Por meio da Figura 10 é possível visualizar e analisar o comportamento de estruturas interligadas sujeitas as deformações. As diferentes cores no mapa representam diferentes valores de deslocamento em um dado ponto da estrutura.

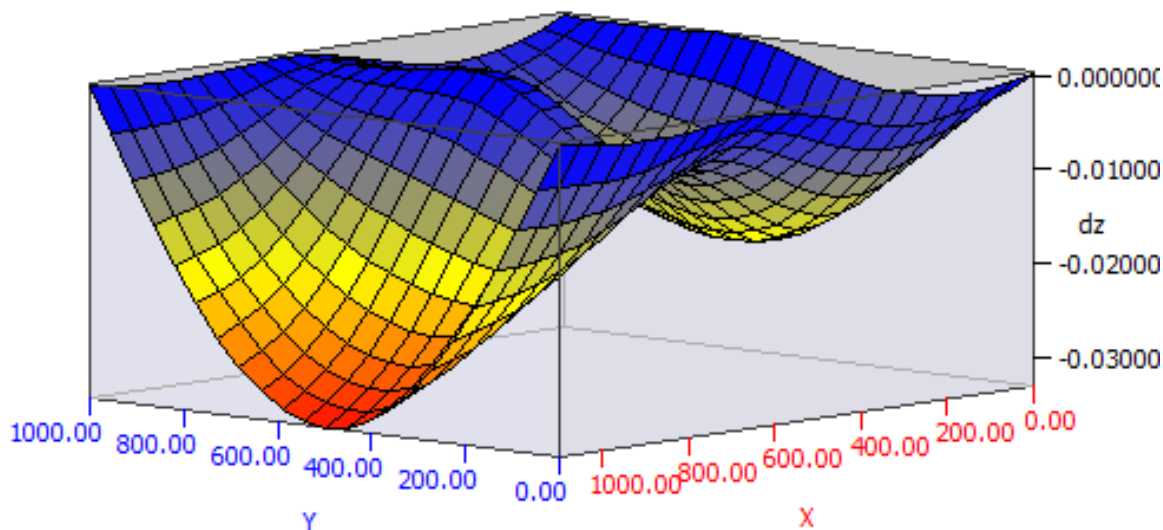


Figura 10. Mapa de deformações das lajes interligadas
 Fonte: Próprio Autor, (2023).

A Tabela 3 apresenta os valores encontrados para os referenciais analíticos, obtidos a partir dos cálculos das flechas realizados para Laje 1 interligada às demais lajes, considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e do método de ábaco por vinculações de lajes, tais valores foram comparados com valor encontrado para o deslocamento obtido por meio do refinamento da malha.

Tabela 3. Referenciais analíticos para Laje 1

Laje 1		
Cálculo adotado	Wmax (m)	Erro (%)
Ábacos de vinculação das lajes	0,00430	4,65%
Laje bi apoiada	0,02753	85,10%
Laje apoiada e engastada	0,01145	64,18%
Laje bi engastada	0,00551	25,52%

Fonte: Próprio Autor, (2023).

O método da bi-apoiada apresentou o maior valor de Wmax (0,02753 m), seguido pelo método da laje apoiada e engastada (0,01145 m) e pelo método da laje bi-engastada (0,00551 m). O menor valor foi obtido através dos ábacos de vinculação das lajes (0,00430 m).

Com base na análise do erro percentual, observa-se que o método dos ábacos demonstrou a menor margem de erro, correspondente a 4,65%. Por outro lado, o método da laje bi-apoiada apresentou o maior erro, totalizando 85,10%. O método da laje apoiada e engastada produziu uma margem de erro de 64,18%, enquanto que o método da laje bi-engastada gerou um erro de 25,52%.

Em relação ao limite máximo de erro de 15%, estabelecido por este estudo para avaliar a compatibilidade entre os resultados obtidos por meio do software e os métodos analíticos de cálculo, somente o método dos ábacos de vinculação das lajes se mostrou dentro do limite estabelecido. Tal fato indica que este método é o mais confiável para estimar a flexão máxima (Wmax) da laje 1.

Para a análise da flecha da L2, foram realizados nove refinamentos na malha até que se alcançasse a estabilidade do valor da deformação. Entretanto, ao aumentar o número de nós através da refinagem da malha, os valores dos deslocamentos não se comportaram de maneira linear. Isso acontece porque, ao dividir a laje em elementos finitos, cada elemento é subdividido em sua totalidade e o valor da deformação em cada nó central pode variar de acordo com as coordenadas, à medida que a malha é refinada.

A Figura 11 ilustra como se comportam os deslocamentos da L2, que está interligada às demais lajes.

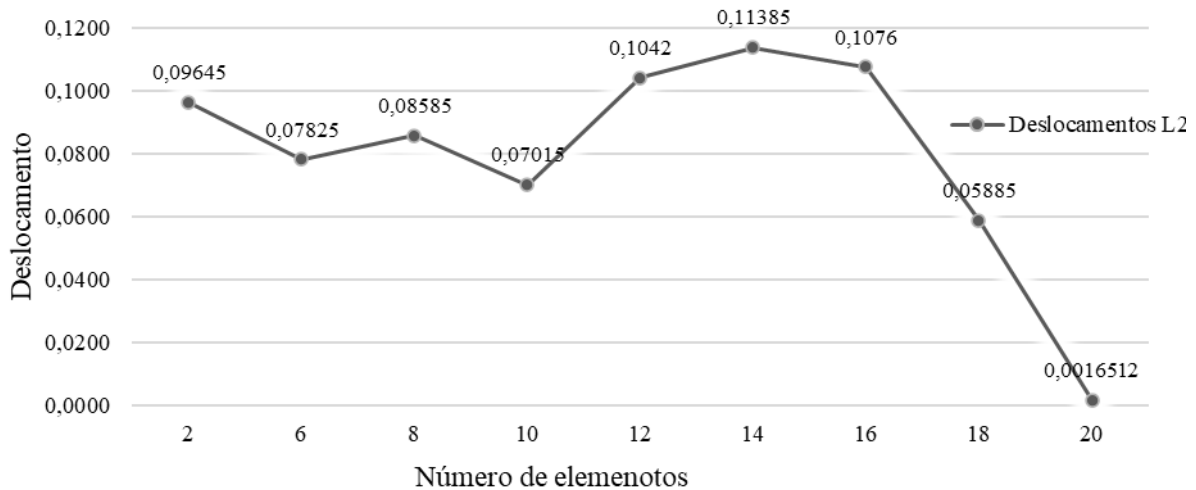


Figura 11. Gráfico de deslocamento da Laje 1
Fonte: Próprio Autor, (2023).

Os resultados de deslocamento para L2 mostram que a maior flecha foi obtida com o refinamento 14 x 14 (0,11385 m), seguida do 16 x 16 (0,1076 m) e do 12 x 12 (0,1042 m). A partir do refinamento 18 x 18 (0,05885 m), o valor da flecha começa a decrescer e se estabiliza no refinamento 20 x 20 com um valor de 0,00165

A Tabela 4 exibe os valores dos referenciais analíticos, os quais foram determinados a partir dos cálculos de flexão realizados para a Laje 2, considerando diversos tipos de apoio, bem como por meio do método de ábaco por vinculação de lajes. Esses valores foram comparados com os valores obtidos a partir da análise de deslocamento realizada através do refinamento da malha.

Tabela 4. Referenciais analíticos para Laje 2

Laje 2			
Equação	Cálculo adotado	Wmax (m)	Erro (%)
Eq.1	Ábacos de vinculação das lajes	0,00150	13,33%
Eq.2	Laje bi apoiada	0,00544	68,73%
Eq.3	Laje apoiada e engastada	0,00226	24,82%
Eq.4	Laje bi engastada	0,00109	56,33%

Fonte: Próprio Autor, (2023).

Para a Laje 2, os valores de Wmax encontrados foram 0,00544 m para a laje bi-apoiada, 0,00226 m para a laje apoiada e engastada, 0,00109 m para a laje bi-engastada e 0,00150 m para o método dos ábacos de vinculação das lajes.

Observa-se que o método dos ábacos de vinculação das lajes apresentou o menor erro percentual (13,33%), seguido pelo método da laje apoiada e engastada (24,82%), o método da laje bi-

engastada (56,33%) e, por fim, o método da laje bi-apoiada, que apresentou o maior erro percentual (68,73%).

Considerando que uma diferença superior a 15% entre o método analítico e o erro percentual indica incompatibilidade entre o valor obtido pelo software e o referencial analítico, pode-se observar que apenas o método dos ábacos de vinculação das lajes apresentou um erro percentual inferior ao limite aceitável. Isso significa que este método é o mais confiável para estimar a flexão máxima da Laje 2.

Por outro lado, os métodos da laje bi-apoiada, da laje apoiada e engastada, e da laje bi-engastada apresentaram erros percentuais superiores ao limite estabelecido, indicando que os valores obtidos pelo software não são compatíveis com os referenciais analíticos adotados para esses métodos.

Para L3, realizou-se onze refinamentos da malha, até se atingir a estabilidade no valor da flecha. Por meio da Figura 12 é possível observar como se comporta os deslocamentos da L1.

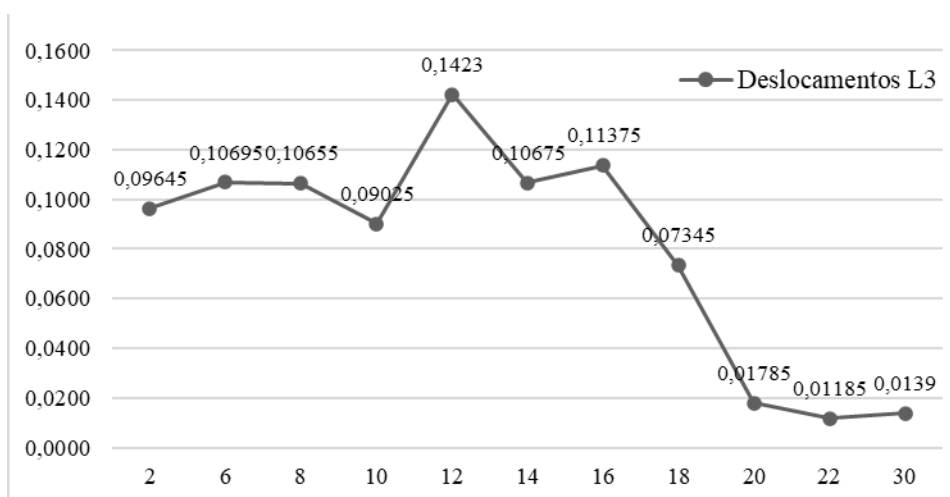


Figura 12. Gráfico de deslocamento da laje 2

Fonte: Próprio Autor, (2023).

Dentre os valores de deslocamentos encontrados para L3, a maior flecha se obteve ao realizar o refinamento 12 x 12 (0,1423 m), seguido do 16x16 (0,11375 m), a partir do refinamento 18 x 18 (0,07345 m), o valor da flecha começa a decrescer e se estabiliza no refinamento 30 x 30 com uma flecha de 0,0139 m.

A Tabela 5 apresenta os valores encontrados para os referenciais analíticos, obtidos a partir dos cálculos das flechas realizados para a Laje 3, considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e do método de ábaco por vinculações de lajes. Tais valores foram comparados com o valor encontrado para o deslocamento obtido por meio do refinamento da malha.

Tabela 5. Referenciais analíticos para Laje 3

Laje 3			
Equação	Cálculo adotado	Wmax (m)	Erro (%)
Eq.1	Ábacos de vinculação das lajes	0,00480	189,58%
Eq.2	Laje bi apoiada	0,01327	4,72%
Eq.3	Laje apoiada e engastada	0,00552	151,79%
Eq.4	Laje bi engastada	0,00265	423,58%

Fonte: Próprio Autor, (2023).

Para a Laje 3, os valores de deslocamentos máximos (Wmax) encontrados foram 0,01327 m para a laje bi-apoiada, 0,00552 m para a laje apoiada e engastada, 0,00265 m para a laje bi-engastada e 0,00480 m para o método dos ábacos de vinculação das lajes.

Analisando os resultados da Laje 3, pode-se observar que o valor de deslocamento máximo encontrado varia de acordo com o tipo de apoio adotado e o método de cálculo utilizado. Apenas o método da laje bi-apoiada apresentou um erro percentual dentro do valor aceitável de 15%. Os demais métodos apresentaram erros elevados, destacando-se a laje bi-engastada com um erro de 423,58%, seguido pelo método da laje apoiada e engastada com um erro de 151,79%, e pelo método dos ábacos de vinculação das lajes com um erro de 189,58%. É importante ressaltar que valores de erro percentual acima de 15% indicam que os resultados obtidos pelo software não são compatíveis com os referenciais analíticos, o que pode comprometer a confiabilidade dos resultados.

4.5 Conclusão

A partir da análise dos resultados obtidos, foi possível concluir que os valores de deslocamentos obtidos por meio da malha refinada por software de grelhas equivalentes apresentaram uma variação significativa de acordo com o tipo de refinamento utilizado, mostrando que a escolha da malha é um fator importante na precisão do resultado.

Com base nos resultados apresentados, foi possível constatar que o software utilizado para análise de deslocamentos em lajes maciças obteve valores dentro dos limites estabelecidos para pelo menos um dos referenciais analíticos em todas as lajes estudadas. Na Laje 1 interligada, houve uma discrepância de 12% entre o valor de referência analítico considerando a laje bi-apoiada e o valor gerado pelo software. No entanto, ao aplicar o método do ábaco de vinculação de lajes para a mesma laje interligada, o erro foi reduzido para apenas 4,65%. Para a Laje 2, ao empregar o método de ábacos por vinculação de lajes, o erro encontrado foi de 13,33%. Já para a L3, ao utilizar o método de cálculo considerando a laje bi-apoiada, o erro foi de 4,72%. Vale ressaltar que, em nenhum dos casos, os valores de deslocamento obtidos pelo software foram próximos aos referenciais analíticos que adotaram o engaste como um dos apoios.

Em geral, pode-se concluir que o software utilizado foi capaz de gerar valores de deslocamento que atenderam pelo menos a um dos métodos de cálculo para referencial analítico, o que demonstra sua praticidade e utilidade para estudos de análise de deslocamentos em lajes maciças. Contudo, é preciso ressaltar que o software necessita de melhorias e da inclusão de mais dados, como o tipo de apoio adotado, para obter dados de deslocamentos mais precisos e confiáveis para o dimensionamento estrutural de lajes.

4.6 Referências Bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

AZEVEDO, Álvaro FM. Método dos elementos finitos. **Faculdade de Engenharia da universidade do Porto**, v. 1, n. 7, 2003.

ARAÚJO, F. J. C. **Método de grelhas equivalentes na análise de lajes**. 2010. 53 f. Monografia (Especialização em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2010.

ARAÚJO, J. M. Curso de Concreto Armado. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010.

DONIN, C., DUTRA, C., RIZZATTI, E., GOMES, H. B. O método dos elementos finitos na análise de lajes nervuradas. II Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, 2007.

ELOY, Luiz. **Métodos dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. Elsevier Brasil, 2011.

FARDIN, Hedelvan Emerson. **Análise de modelos de cálculo de flecha em lajes de concreto armado**. 2017.

FARIA, Marcel Poeta. **Estruturas para edifícios em concreto armado: análise comparativa de soluções com lajes convencionais, lisas e nervuradas**. 2010.

FAVA, Guilherme Coelho et al. Análise Numérica Utilizando o Método das Grelhas e Elementos Finitos. **Revista de Engenharia e Pesquisa Aplicada**, v. 6, n. 1, p. 73-83, 2021.

FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. **Um Primeiro Curso em Elementos Finitos**. 1. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2009.

GELATTI, F. **Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado: modelagem por elementos finitos de barra**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

GIONGO, I.; SANTOS, P. F.; JESUS, A. M. **Análise de lajes através da analogia de grelhas equivalentes**. **Revista Engenharia Civil**, v. 11, n. 1, p. 1-10, 2016.

HUTTON, David V. **Fundamentals of Finite Element Analysis**. 1. ed. The McGraw-Hill, 2004.

JUNIOR, Andrew Cass; CHUST, Roberto Carvalho. Programa livre para análise de grelhas de concreto. **Interação-Revista de Ensino, Pesquisa e Extensão**, v. 15, n. 15, p. 58-78, 2013.

LATHA, M. S.; PRATIBHA, K. Analysis and comparison of conventional slab and grid slab for symmetric and asymmetric structures. **Materials Today: Proceedings**, v. 46, p. 1860-1869, 2021.

LEITE, Gabriela Borim et al. Estudo dos critérios de parametrização do modelo de grelha para o cálculo de lajes maciças de concreto armado. 2017.

LONGO, L. F. **Analogia de grelha para lajes em concreto armado**. Alto Qi. Eberick. Disponível em <://suporte.altoqi.com.br/hc/pt-br/articles/360003164693-Analogia-de-grelha-para-lajes-em-concreto-armado>. Acesso em: janeiro de 2023.

LOPES, L. F. M. et al. **Análise de lajes nervuradas em concreto armado pelo método dos elementos finitos**. **Concreto e Construções**, v. 96, p. 40-45, 2019.

LOTTI, C. F. **Método dos Elementos Finitos Aplicado à Análise Estrutural**. 2. ed. Florianópolis: Departamento de Engenharia Civil - UFSC, 2006.

MARANHÃO, D. M.; FRANÇA, T. C. S. **Análise de lajes utilizando o método das grelhas equivalentes**. In: **Seminário de Engenharia Civil da UFPA**, 2009. Anais.

MELO, Anthony Matheus Cavalcante de et al. **Estudo comparativo entre o método de cálculo simplificado, analogia de grelhas e método dos elementos finitos, na análise estrutural de lajes maciças de concreto armado**. 2022.

RAFAELI, Matheus. **Dimensionamento de lajes lisas: análise comparativa da obtenção dos esforços pelo método elástico aproximado e pelo método de elementos finitos**. 2020.

REIS, Eduardo Martins dos et al. **Análise de pavimentos de edifícios utilizando a analogia de grelha**. 2007.

RODRIGUES JUNIOR, Claudio; MALUF FILHO, William Manjud. Estudo matemático dos elementos finitos utilizados em cálculo estrutural. In: **IX Simpósio de Iniciação Científica, Didática e de Ações Sociais da FEI**, São Bernardo do Campo, 2019. Departamento de Engenharia Mecânica, Centro Universitário

RODRIGUES, T. S. et al. **Análise de lajes em concreto armado por meio da analogia de grelhas**. Revista de Tecnologia e Ambiente, v. 26, p. 152-164, 2020

SABAH, Ragib; ÖZTORUN, Namik Kemal; SAYIN, Baris. Development of YAY2020, an FEA program with full-size stiffness matrix for static analysis of high-rise buildings: A comparison with SAP2000. **Case Studies in Construction Materials**, v. 17, p. e01576, 2022.

PINHEIRO, L. M., et al. Tabelas de vigas: deslocamentos e momentos de engastamento perfeito. **São Carlos: EESC-USP**, 2010.

SANTOS, E. R. et al. **Análise de estruturas por meio da analogia de grelhas**. In: Encontro Nacional de Engenharia Civil, 19., 2018, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: UFRJ, 2018.

VARELLA, A. M. A.; FIGUEIREDO, M. A. S.; LIMA, L. R. S. **Análise de deslocamentos em lajes por meio do método de analogia de grelhas equivalentes**. Revista Eletrônica de Engenharia Civil, v. 27, p. e20190961, 2020. DOI: 10.5216/reec.v27.59891.

WU, J.; WANG, S. **Nonlinear analysis and control of prestressed concrete structures**. Advances in Structural Engineering, v. 23, n. 8-9, p. 1792-1811, 2020.

ANEXOS

Tabela AN 1. Deslocamento Laje 1 isolada

Malhas	Deslocamento
2x2	0,0227
4x4	0,0289
6x6	0,0302
8x8	0,0305
10x10	0,0306
12x12	0,03065

Fonte: Próprio Autor

Tabela Tabela AN 2. Deslocamento das lajes interligadas

Malhas	L1	L2	L3
2x2	0,096450	0,096450	0,096450
6x6	0,099350	0,078250	0,106950
8x8	0,102250	0,085850	0,106550
10x10	0,080600	0,070150	0,090250
12x12	0,132200	0,104200	0,142300
14x14	0,125950	0,113850	0,106750
16x16	0,128550	0,107600	0,113750
18x18	0,069900	0,058850	0,073450
20x20	0,014150	0,0016512	0,017850
22x22	0,004000	-	0,011850
30x30	-	-	0,013900

Fonte: Próprio Autor, (2023).